

```

library(ez)
library(lme4)
library(lattice)

stimm = read.table(file.path(pfadu, "stimm.df.txt"))
stimm2 = read.table(file.path(pfadu, "stimm2.df.txt"))
soa = read.table(file.path(pfadu, "soa.txt"))
#####
# 1. Mixed Models, Fixed Faktoren, Random Faktoren
#####
# 1.1 Mit einem Mixed Model (MM) wird geprüft ob
# eine abhängige Variable (kontinuierlich oder kategorial)
# von einem oder mehreren unabhängigen Faktoren
# beeinflusst wird.
#
# 1.2 In einem MM werden die Faktoren in
# 'fixed' und 'random' aufgeteilt:
#
# Fixed Faktor: meistens der Faktor, der geprüft werden soll.

# Random Faktor: der Faktor, dessen Variabilität
# ausgeklammert/reduziert wird.
#
# In der Phonetik sind oft Versuchsperson und/oder Item
# (Materialien wie Wörter).
#
# Beispiel.
# 20 Sprecher produzierten
# verschiedene Wörter phrasenfinal oder phraseninitial
# und die Vokaldauer wurde gemessen. Inwiefern wird die
# Vokaldauer von der Phrasenposition beeinflusst?
#
# Abhängige Variable: Dauer.
# Fixed Factor: Phrasenposition (initial vs. final).
#
# Random Faktoren: Versuchspersonen, Wort
# (weil die Variabilität,
# die wegen Versuchspersonen und Wort entsteht,
# entfernt werden soll).

#####
# 2. Variabilität ausklammern: within-subject Faktoren und ANOVA
#####
# In einem ANOVA wird die Variabilität,
# die wegen Versuchspersonen-Unterschiede
# entsteht, durch einen within-Faktor reduziert/ausgeklammert.
# z.B.
# 8 Versuchspersonen produzierten jeweils 8 mal /ba, pa/.
# VOT (voice onset time) wurde gemessen.
# Inwiefern wird VOT von der Artikulationsstelle beeinflusst?
#
# Abhängige Variable: VOT
# Unabhängige Variable K (2 Stufen: ba, pa).
# K ist eindeutig ein 'within' Faktor, denn jede Stufe
# von K wird pro Vpn belegt.

with(stimm, table(Vpn, K))

# Es muss gemittelt werden (es gibt 8 Werte pro Stufe pro Vpn).
stimm.m = aggregate(vot ~ K * Vpn, mean, data = stimm)

```

```

with(stimm.m, table(Vpn, K))
# Abbildung
# Scheinbar kaum einen Einfluss
# von /ba, pa/ auf VOT!
#
bwplot(vot ~ K, data = stimm.m)
densityplot(~vot, groups= K, data = stimm, plot.points=F, ref=T, auto.key=T)
# Dies ist merkwürdig, da VOT für /b/ (z.B. 'Bein')
# in jedem Fall kleiner sein soll als für /p/ (z.B. 'pein').

# Es ist zusätzlich merkwürdig,
# weil die Varianzanalyse zeigt, dass der Einfluss
# von Stimmhaftigkeit (ba vs pa) auf VOT doch (sogar hoch)
# signifikant ist:
#
ezANOVA(stimm.m, .(vot), .(Vpn), .(K))
#
#   Effect DFn DFd          F          p p<.05          ges
# 2      K   1   7 41.05629 0.0003646654      * 0.02523055
#
# VOT wurde signifikant von der Stimmhaftigkeit beeinflusst
# F[1, 7] = 41.1, p < 0.001
#
# Die Diskrepanz zwischen Abbildung und ANOVA
# kommt zustande, weil die
# Variabilität zwischen den Sprechern:
bwplot(vot ~ Vpn | K, data = stimm.m)
# in einem within-Faktor (K) ausgeklammert wird.
# Wie?
#
# Diese Ausklammerung geschieht, in dem
# VOT für /ba/ von VOT für /pa/ getrennt pro Vpn abgezogen wird:
d = aggregate(vot ~ Vpn, diff, data = stimm.m)
d
# Die Varianzanalyse prüft dann, inwiefern d von 0 (Null) abweicht:
bwplot(~vot, data = d)
# Eindeutig kommt 0 (Null) hier nicht vor, weil:
#
bwplot(vot ~ K | Vpn, data = stimm.m)
# VOT von /pa/ > VOT von /ba/ in jeder Versuchsperson.
#
# Das ist
# der Grund, weshalb das Ergebnis signifikant ist.
#
# Man bekommt übrigens das gleiche Ergebnis
# mit einem gepaarten t-test:
#
t.test(d$vot)
#
# t = 6.4075, df = 7, p-value = 0.0003647
# VOT wurde signifikant von der Stimmhaftigkeit beeinflusst
# t[7] = 6.4, p < 0.001.

#####
# 3. Variabilität ausklammern: Mixed Model
#####
# Ein MM ist in einigen Hinsichten ähnlich wie die
# lineare Regression.
#
# Die Regression

```

```

# ++++++
#
# yhut = m x + k
# yhut sind die eingeschätzten Werte,
# (m, k) die Steigung und Intercept

# Mixed Model (MM)
# ++++++
# In einem MM werden (m, k) in Random und Fixed aufgeteilt:
#
# yhut = (Random.m + Fixed.m) x + (Random.k + Fixed.k)
#
# Die 4 Variablen werden auf eine solche Weise berechnet,
# sodass der Abstand zwischen den tatsächlichen Werten
# (y) und die
# eingeschätzten Werte (yhut) minimiert werden
# (analog zur linearen Regression).
#
# Für das obige Beispiel:
# Abhängige Variable: vot (= die tatsächlichen Werte)
#
# Fixed Factor: K (2 Stufen, ba/pa)
#
# Random Factor: Vpn. Wird in einem MM als (1+K|Vpn) verschlüsselt
#
# (1+K|Vpn) hat die Bedeutung: eine Steigung (Random.m) und
# ein Intercept (Random.k) sollen pro Vpn. berechnet werden.

# Funktion: lmer() in library(lme4)
stimm.lmer = lmer(vot ~ K + (1+K|Vpn), data = stimm)

# Fixed.k, Fixed.m
fixef(stimm.lmer)
# (Intercept)          Kpa
# -2.432357            3.900090

# Random.k, Random.m
# N.B. es gibt einen (k, m) pro Versuchsperson
ranef(stimm.lmer)
#
# (Intercept)          Kpa
# A    13.438581    1.5463280
# B   -16.549963    1.1124886
# C    10.580984   -1.5464902
# D    -6.152658    0.3295624
# E   -19.812548   -0.1910332
# F    13.400583   -0.9499770
# G     1.524253    0.6061825
# H     3.570768   -0.9070612

#
# Die eingeschätzten Werte (yhut)
fitted(stimm.lmer)
#
# Berechnung der eingeschätzten Werte
# yhut = (Random.m + Fixed.m) x + (Random.k + Fixed.k)
#
# x ist hier /ba/ oder /pa/ und wird als 0 und 1 umgesetzt
contrasts(stimm$K)
# pa

```

```

# ba 0
# pa 1
# d.h. 0 für ba, 1 für pa.
#
# z.B. yhut der 8en Beobachtung
#
stimm[8,]
# vot K Vpn Alter
#8 -13 pa B Kind
#
# Sprecher ist B, K = pa (daher x = 1)
# eingeschätzter Wert:
# yhut = (Random.m + Fixed.m) x + (Random.k + Fixed.k)
yhut = (1.1124886 + 3.900090) * 1 + (-16.549963 -2.432357)
yhut
# [1] -13.96974
# das gleiche:
fitted(stimm.lmer)[8]
# -13.96974
# der tatsächliche Wert -13 (siehe stimm[8,])

#####
# 4. Die Prüfstatistik
#####
# Man kann grob einschätzen, ob der Fixed Factor signifikant
# sein wird durch:
anova(stimm.lmer)
# Analysis of Variance Table
#   Df Sum Sq Mean Sq F value
#K  1 180.86  180.86  41.056
#
# (den F-Wert vergleichen mit dem F-Wert in
# ezANOVA(stimm.m, .(vot), .(Vpn), .(K))
#
# F-Werte in einem MM über ca. 8.0
# werden meistens signifikant sein.
#
# Jedoch gibt dieser Test keine Wahrscheinlichkeiten.
#
# Um mit Wahrscheinlichkeiten zu prüfen,
# ob VOT von K signifikant beeinflusst wird oder nicht, müssen:
# (a) das Modell ohne den fixed Faktor (hier K) berechnet werden
# (b) die zwei Modelle (ohne und mit) verglichen werden
#
# Zuerst (a)
# Anstatt
# stimm.lmer = lmer(vot ~ K + (1+K|Vpn), data = stimm)
# stimm.ohne = lmer(vot ~ (1+K|Vpn), data = stimm)
# Oder
# stimm.ohne = update(stimm.lmer, ~ . -K)

# (b): Vergleich: ohne K vs. mit K
anova(stimm.ohne, stimm.lmer)

# Models:
# stimm.ohneff: vot ~ (1 + K | Vpn)
# stimm.lmer: vot ~ K + (1 + K | Vpn)
#           Df   AIC   BIC logLik deviance Chisq Chi Df Pr(>Chisq)
# stimm.ohneff 5 635.33 649.59 -312.67  625.33

```

```

# stimm.lmer      6 621.92 639.03 -304.96    609.92 15.412      1 8.645e-05 ***
#
# Interpretation: AIC (Akaike's Information Criterion)
# gibt Information zu dem Abstand zwischen den
# vorhergesagten und tatsächlichen (VOT) Werten: je
# größer AIC, um so größer der Abstand, und um so schlechter
# werden die VOT Werte durch das Mixed Model vorhergesagt
#
# Hier sieht man also, dass VOT keineswegs so gut
# ohne (AIC = 635.33)
# als mit (AIC = 621.92) dem Fixed Factor K modelliert wird.
#
# Die Wahrscheinlichkeit, dass es signifikante Unterschiede
# zwischen diesen Modellen gibt
# (= dass K einen signifikanten Effekt ausübt)
# wird durch den Chi-Quadrat-Test berechnet.
# Zusammenfassung:
#
# VOT wurde signifikant
# ( $\chi^2[1] = 15.4$ ,  $p < 0.001$ )
# vom Konsonant (ob ba oder pa) beeinflusst.

#####
# 5. Ein Nachteil und mindestens 4 Vorteile von einem MM im Vgl. zu ANOVA
#####
# 0: Nachteil
# Die Wahrscheinlichkeiten in einem MM
# sind bei einer kleinen Anzahl von Beobachtungen
# nicht immer sehr zuverlässig.
#
# Vorteile
#
# A. In einem MM muss nicht über Wiederholungen gemittelt werden.
# ++++++
# Vergleiche:
# ANOVA zuerst mitteln:
#
stimm.m = aggregate(vot ~ K * Vpn * Alter, mean, data = stimm)
ezANOVA(stimm.m, .(vot), .(Vpn), .(K))
#
# MM nicht:
stimm.lmer = lmer(vot ~ K + (1 + K | Vpn), data = stimm)
# Der Vorteil ist nicht nur kosmetisch (eine Zeile Code weniger)
# sondern auch, dass die Variabilität in den Wiederholungen
# in einem MM (wenn eine Vpn wie hier 8 Mal /ba/ wiederholt)
# berücksichtigt wird.
#
# B. Kein Balanced-design in einem MM erforderlich.
# ++++++
# Balanced design: Die Anzahl der Vpn. muss
# pro Stufe des Between-Faktors gleich sein.
# Dies ist hier offensichtlich nicht gegeben für den
# Between-Faktor Alter.
with(stimm, table(Vpn, Alter))
# Alter
# Vpn Erw Kind
# A   0   16
# B   0   16
# C   0   16
# D  16   0

```

```

# E 16 0
# F 16 0
# G 0 16
# H 0 16
# d.h. es gibt 3 Erwachsene und 5 Kinder.
#
# Daher meckert der ANOVA:
#
ezANOVA(stimm.m, .(vot), .(Vpn), .(K), between = .(Alter))
# Warning: Data is unbalanced (unequal N per group).
#
# Kein Problem für den MM
stimm.lmer = lmer(vot ~ K * Alter + (1 + K | Vpn), data = stimm)
anova(stimm.lmer)
#

# C. Fehlende Werte erlaubt
# ++++++
# In einem ANOVA muss jede Stufe des within-Faktors
# belegt sein. Das ist hier nicht der Fall.
with(stimm2, table(Vpn, K))
# Vpn ba pa
# A 0 8
# B 8 8
# C 8 8
# D 8 0
# E 8 8
# F 8 8
# G 8 8
# H 8 8
# daher kann ANOVA nicht durchgeführt werden.
# Mitteln:
stimm2.m = aggregate(vot ~ K * Vpn * Alter, mean, data = stimm2)
ezANOVA(stimm2.m, .(vot), .(Vpn), .(K), between = .(Alter))
# Error in ezANOVA_main(data = data, dv = dv, wid = wid, within = within, :
# One or more cells is missing data.
#
# Kein Problem für den MM
stimm2.lmer = lmer(vot ~ K * Alter + (1 + K | Vpn), data = stimm2)
anova(stimm2.lmer)

# D. Mehrere Random-Faktoren
# ++++++
# In einer ANOVA kann die Variabilität höchstens
# von einem Faktor (z.B. Vpn. ODER Wort) ausgeklammert werden.
#
# Ein MM erlaubt dagegen mehrere Random Faktoren.
#
#
# Drei Sprecher produzierten "Bad", "Pfad", "Start"
# entweder in phrasenmedialer oder -finaler Position.
#
# Inwiefern wird F1 im Vokal von der Phrasenposition
# beeinflusst?
#
# Abhängige Variable: F1
# Fixed Faktor: Position (medial/final)
# Random Faktoren: Sprecher, Wort
#
# Zuerst ein Bild

```

```
bwplot(F1 ~ Pos, data = soa)
# Wir wollen diese Variabilität wegen des Sprechers entfernen:
bwplot(F1 ~ Vpn | Pos, data = soa)
# Aber AUCH diese Variabilität wegen Wort:
bwplot(F1 ~ W | Pos, data = soa)
# Nicht möglich mit einer ANOVA.
# Kein Problem mit einem MM:
# wir deklarieren sowohl Vpn als auch W
# als Random Faktoren:
# Modell
soa.lmer = lmer(F1 ~ Pos + (1 + Pos| Vpn) + (1 + Pos | W), data = soa)
# Sig? Vielleicht aber eventuell grenzwertig (da F < 8)
anova(soa.lmer)
# Test
soa.ohne = update(soa.lmer, ~ . -Pos)
# oder soa.ohne = lmer(F1 ~ (1 + Pos| Vpn) + (1 + Pos | W), data = soa)
anova(soa.lmer, soa.ohne)
# Data: soa
# Models:
# soa.ohne: F1 ~ (1 + Pos | Vpn) + (1 + Pos | W)
# soa.lmer: F1 ~ Pos + (1 + Pos | Vpn) + (1 + Pos | W)
#           Df    AIC    BIC  logLik deviance  Chisq Chi Df Pr(>Chisq)
# soa.ohne  8 168.73 175.85 -76.366   152.73
# soa.lmer  9 166.80 174.81 -74.399   148.80 3.9334      1  0.04734 *
#
#
# F1 wurde signifikant von der Position beeinflusst ( $\chi^2[1] = 3.9$ ,  $p < 0.05$ ).
```