

Lias Hypothese.

"Ich vermute, dass Ihre Würfel gezinkt sind: ich bekomme fast immer eine 3 wenn ich die Würfel werfe."

Frage: Ich werfe 9 Würfel. Bei welcher Anzahl von Würfeln mit einer 3 klage ich den Händler wegen gezinkter Würfel an?

Hier wollen wir nicht den *Mittelwert* der Würfel berechnen, sondern die *Anzahl* einer gewissen Nummer (also wie oft kommt die 3 vor?). Der erste ist **kontinuierlich** (da der Mittelwert ein Bruchteil sein kann) die zweite **diskret** (ich bekomme z.B. 4 Mal, aber nicht 4.3 Mal, eine 3 in einem Wurf mit 9 Würfeln). Solche Ganzzahlberechnungen unterliegen der **Binomialverteilung** (die der Normalverteilung annähert, wenn n groß ist - siehe unten).

NB: der Mittelwert kann in diesem Fall - wie wir kurz vorige Woche besprochen hatten - *nicht* richtig sein, da der Mittelwert von z.B. 3 3 3 3 3 3 3 1 und 3 3 3 3 3 3 3 4 unterschiedlich sind - und wir wollen nicht testen, ob $p(3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 4)$ und $p(3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 1)$ sind unterscheiden. In dem Beispiel aus der Vorlesung war jedoch die Berechnung mit der Normalverteilung *doch* richtig, weil sich die Hypothese auf den Mittelwert bezog (meine Frage in der Vorlesung war: was ist die Wahrscheinlichkeit, dass der *Mittelwert* zwischen a und b liegt?).

Lias Frage ist aber diskret nicht kontinuierlich, weil wir mit Ganzzahlen zu tun haben.

Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass ich 0, 1, 2, ...9 Mal die 3 bekomme, wenn ich 9 Würfel werfe?

`dbinom(0:9, 9, 1/6)`

1.938067e-01 3.488521e-01 **2.790816e-01** 1.302381e-01 3.907143e-02
7.814286e-03 1.041905e-03 8.930613e-05 4.465306e-06 9.922903e-08

zB ist die Wahrscheinlichkeit, dass ich zwei Mal die 3 in 9 ungezinkten Würfeln werfe:
0.2790816

Wie benötigen die *kumulativen* Wahrscheinlichkeiten:

`pbinom(0:9, 9, 1/6)`

0.1938067 0.5426588 **0.8217404** 0.9519785 **0.9910499** 0.9988642
0.9999061 0.9999954 0.9999999 1.0000000

- Die Wahrscheinlichkeit, dass 2 oder weniger Würfeln eine 3 in einem Wurf mit 9 Würfeln zeigen, ist (ganz genau) **0.8217404**.
- Die Wahrscheinlichkeit, dass ich 3 oder öfters eine 3 werfe ist $1 - 0.9519785 = 0.0480215$.
- Die Wahrscheinlichkeit, dass ich 4 oder öfters eine 3 werfe ist $1 - 0.9910499 = 0.0089501$.

Ich benötige eine Anzahl, k , sodass die Wahrscheinlichkeit dass k oder mehr Würfel eine 3 in einem Wurf mit 9 Würfeln zeigen, weniger ist als 0.01:

```
qbinom(0.99, 9, 1/6)
4
```

Daher: wenn ich vier Mal eine 3 in einem Wurf von 9 Würfeln bekomme, klage ich den Händler an (da diese Wahrscheinlichkeit < 0.01 ist).

=====

Wie gesagt, bei hohem n (und je näher p an 0.5), umso mehr nähert sich der Normalverteilung die Binomialverteilung.

Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass ich einmal oder seltener (0 oder 1) eine 3 in einem Wurf mit 9 Würfeln bekomme?

Binomialverteilung

```
pbinom(1, 9, 1/6)
[1] 0.5426588
```

Normalverteilung

```
n = 9; p = 1/6; q = 5/6
```

```
mu = n * p
```

```
sig = sqrt(n * p * q)
```

```
pnorm(1, mu, sig)
```

```
[1] 0.3273604
```

Abweichung von $0.5426588 - 0.3273604 = 0.2152984$.

Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass ich 15 Mal oder seltener eine 3 in einem Wurf mit 100 Würfeln bekomme?

Binomialverteilung

```
pbinom(15, 100, 1/6)
```

```
[1] 0.3876576
```

Normalverteilung

```
n = 100
```

```
mu = n * p
```

```
sig = sqrt(n * p * q)
```

```
pnorm(15, mu, sig)
```

```
[1] 0.3273604
```

Abweichung von $0.3876576 - 0.3273604 = 0.0602972$