Normalverteilung: einige Antworten

1. Wenn ich einen Würfel werfe, ist die Wahrscheinlichkeit dass ich eine 6 bekomme p = 1/6, und daher die Wahrscheinlichkeit, dass ich *keine* 6 bekomme q = 5/6. Die Anzahl der 6er die ich bekomme, wenn ich *k* Würfel werfe folgt einer Normalverteilung (wenn *k* relative groß ist) mit diesen Parametern:

$\mu = kp$
$\sigma = \sqrt{kpq}$

Ich werfe 40 Würfel. Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass ich (a) 4 oder weniger (b) 10 oder mehr 6er bekommen werde?

```
mu = 40*(1/6)
std = sqrt(40*(1/6)*(5/6))
pnorm(4, mu, std)
1 - pnorm(10, mu, std)
```

2. Was ist die Wahrscheinlichkeit wenn ich einen Würfel werfe, dass ich eine 3 oder 6 (a) bekomme (p = **1/3**) (b) nicht bekomme (q = **2/3**) ? Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass ich mindestens 20 Mal (20 Mal oder mehr) entweder eine 3 oder 6 bekomme, wenn ich 45 Würfel werfe?

```
mu = 45 * 1/3
std = sqrt(45 * (1/3) * (2/3))
1- pnorm(20, mu, std)
```

3. Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass ich 'Kopf' bekomme(*p* = **1/2** und nicht bekomme (*q* = **1/2**) wenn ich eine Münze werfe? Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass ich 59 oder öfters 'Kopf' bekomme wenn ich die Münze 100 Mal werfe?

```
mu = 100 * 0.5
std = sqrt(100 * 0.5 * 0.5)
1- pnorm(59, mu, std)
```

4. Ich ziehe 350 Mal fünf Integer-Zahlen zwischen -20 und +20 aus einem Hut und berechne davon den Mittelwert. Was ist μ, was ist σ?

```
m = 0
sig = sigma(-20, 20)/sqrt(5)
werte = proben(-20, 20, 5, 350)
hist(werte, col="steelblue", freq=F)
curve(dnorm(x, 0, sig), -20, 20, add=T)
```

Führen Sie diesen Vorgang in R durch (mit `proben()`) um 35 solche Werte zu bekommen. Machen Sie einen Histogramm davon und überlagern Sie die entsprechende Normalverteilung.

Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Stichprobe mehr als plus oder minus 10 (entweder weniger als -10, oder mehr als +10) von μ abweicht?

```
2 * pnorm(-10, mu, std)
```

5. Die Wahrscheinlichkeit, *p*, dass ich einen Wert, *x*, aus einer Normalverteilung ziehe, mit Verteilung (μ, σ) ist:

(1) $p = ke^{-z}$

wo $k = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$, $z = \left(\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$, und *e* ist das Exponential (`exp(n)` in R entspricht e^n).

Setzen Sie die Formel (1) in eine Funktion `normal(x, mu, sig)` in R um. Bestätigen Sie, dass Sie das gleiche Ergebnis mit `normal(x, mu, sig)` und `dnorm(x, mu, sig)` bekommen, für beliebige Werte von `x`, `mu`, `sig`.

```
normal <- function(x, mu, sig)
{
k = 1 / (sig * sqrt(2 * pi))
z =  ((x - mu)^2)/(2 * sig^2)
k * exp(-z)
}
```

```
x = seq(-5, 5, length=5000)
mu = 0
sig = 1.4
z = normal(x, mu, sig)
z2 = dnorm(x, mu, sig)
ylim = range(c(z, z2))
plot(x, z, type="l", ylim=ylim)
par(new=T)
plot(x, z2, type="l", ylim=ylim)
```