Varianzanalyse mit Messwiederholungen (Repeated-measures (ANOVA)

Jonathan Harrington

Befehle: anova2.txt

Bitte noch einmal datasets.zip laden

sowie

```
install.packages("ez")
library(ez)
```

Messwiederholungen: der gepaarte t-test

8 französische Vpn. erzeugten /pa/ und /ba/. Die VOT-Werte (ms) für diese 8 Vpn. sind wie folgt. Wir wollen prüfen, ob sich diesbezüglich /pa/ und /ba/ unterscheiden.

8 verschiedene Vpn, zwei Messung pro Vpn, einmal fuer /pa/, einmal fuer /ba/

```
      ba  pa
[1,]  10  20
[2,] -20 -10
[3,]   5  15
[4,] -10   0
[5,] -25 -20
[6,]  10  16
[7,]  -5   7
[8,]   0   5
```

VOT für Vpn 4 ist -10 ms für /ba/, 0 ms für /pa/.

Ist der VOT-Unterschied zwischen /ba, pa/ signifikant?

Messwiederholungen: der gepaarte t-test

```
      ba  pa
[1,]  10  20
[2,] -20 -10
[3,]   5  15
[4,] -10   0
[5,] -25 -20
[6,]  10  16
[7,]  -5   7
[8,]   0   5
```

Vielleicht ein t-test?

```
voice = read.table(file.path(pfad, "voice.txt"))
t.test(vot ~ Stimm, var.equal=T, data = voice)
```

```
data:  vot by Stimm
t = -1.2619, df = 14, p-value = 0.2276
```

Nicht signifikant

Messwiederholungen: der gepaarte t-test

```
      ba  pa
[1,]  10  20
[2,] -20 -10
[3,]   5  15
[4,] -10   0
[5,] -25 -20
[6,]  10  16
[7,]  -5   7
[8,]   0   5
```

```
data:  vot by Stimm
t = -1.2619, df = 14, p-value = 0.2276
alternative hypothesis: true difference in
means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -22.94678   5.94678
sample estimates:
mean in group ba mean in group pa
          -4.375            4.125
```

Mit einem konventionellen t-Test wird jedoch nicht berücksichtigt, dass die Werte **gepaart sind**, d.h. Paare von /pa, ba/ sind **von derselben Vpn**. Genauer: der Test vergleicht einfach den Mittelwert von /pa/ (über alle 8 Vpn) mit dem Mittelwert von /ba/, ohne zu berücksichtigen, dass z.B. VOT von Vpn. 2 insgesamt viel kleiner ist als VOT von Vpn. 6.

Messwiederholungen: der gepaarte t-test

Ein gepaarter t-test klammert die Sprechervariation aus und vergleicht **innerhalb von jedem Sprecher** ob sich /pa/ und /ba/ unterscheiden

```
t.test(vot ~ Stimm, var.equal=T, paired=T, data = voice)

    Paired t-test

data:  vot by Stimm
t = -8.8209, df = 7, p-value = 4.861e-05
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -10.778609  -6.221391
sample estimates:
mean of the differences
                   -8.5
```

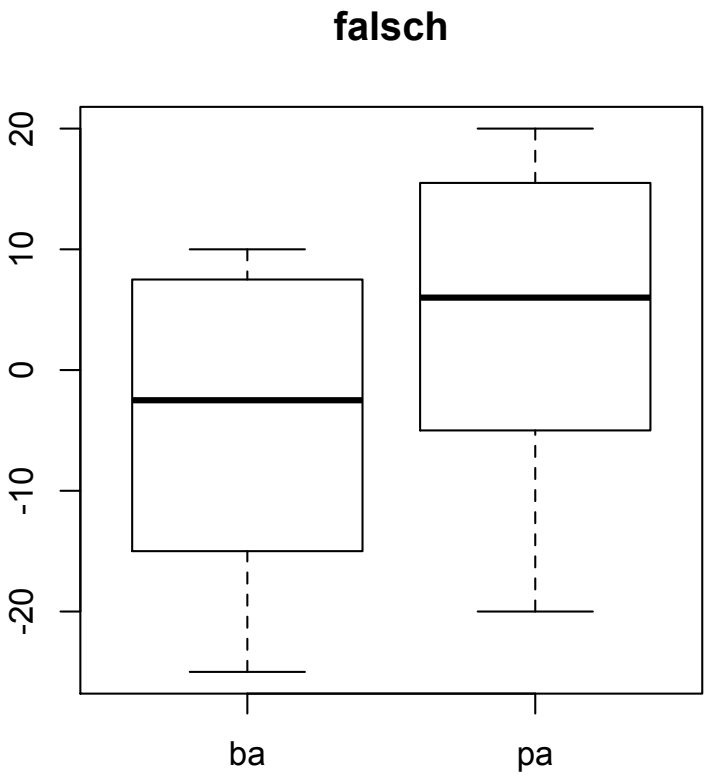
Signifikant, t = -8.82, df = 7, p < 0.001

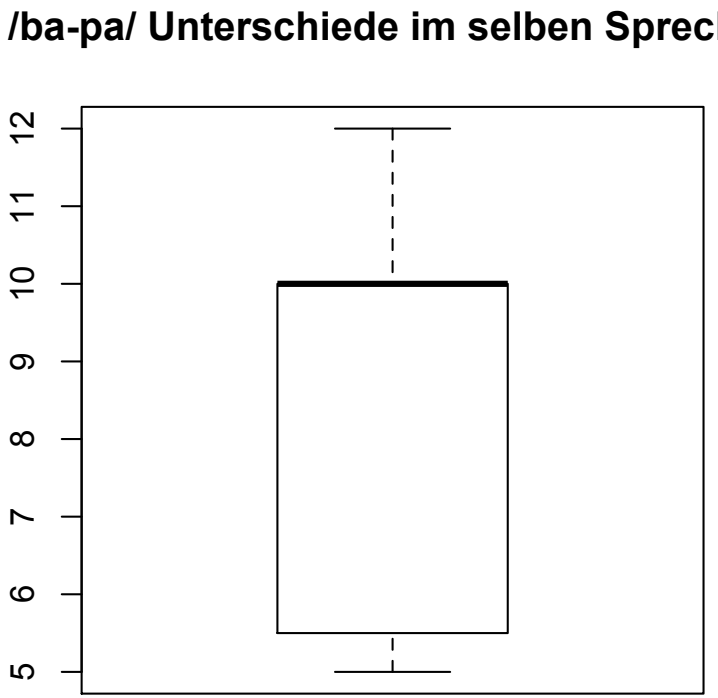
t-test (Anova)

prüft ob sich die Mittelwerte der Verteilungen unterschieden (hier falsch)

gepaarter t-test (RM-Anova)

prüft ob die Unterschiede zwischen Paaren im selben Sprecher von 0 (Null) abweichen





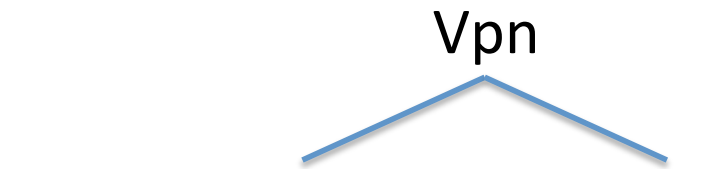
Within- and between-subjects factors

within-subject factor

Für das letzte Beispiel war Stimm (Stufen = ba, pa) ein **within-subjects Faktor**, weil es **pro Versuchsperson für jede Stufe von Stimm einen Wert gab** (einen Wert für ba, einen Wert für pa).

```
      ba  pa
[1,]  10  20
[2,] -20 -10
[3,]   5  15
[4,] -10   0
[5,] -25 -20
[6,]  10  16
[7,]  -5   7
[8,]   0   5
```

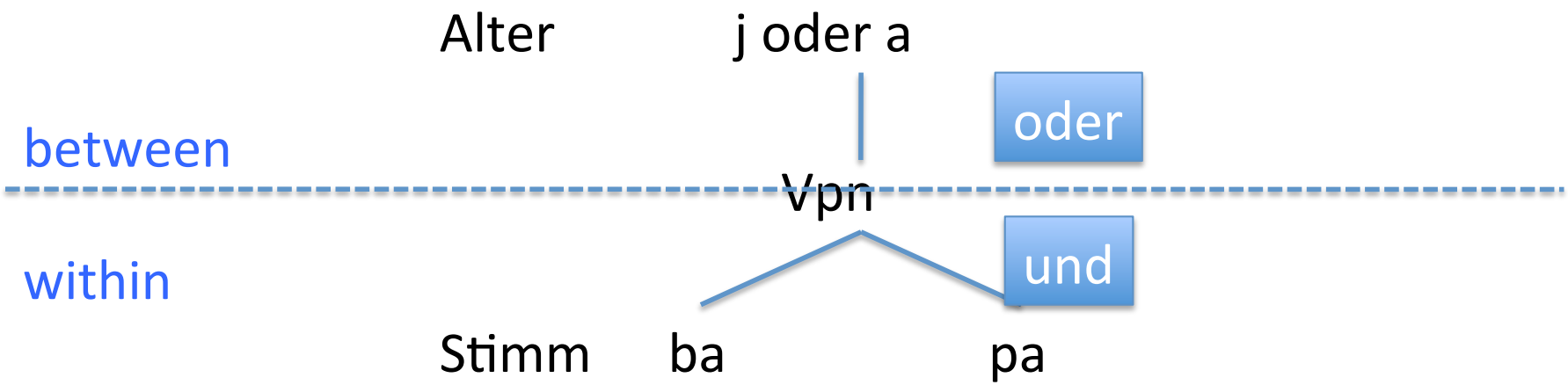
Stimm ist ein Faktor mit 2 Stufen (ba, pa)



2 Stufen pro Vpn

Within- and between-subjects factors

Ein Between subjects factor beschreibt meistens eine kategorische Eigenschaft pro Vpn. Z.B. Sprache (englisch oder deutsch oder französisch), Geschlecht (m oder w), Alter (jung oder alt) usw.



Within- and between-subjects factors

```
      ba  pa
[1,]  10  20
[2,] -20 -10
[3,]   5  15
[4,] -10   0
[5,] -25 -20
[6,]  10  16
[7,]  -5   7
[8,]   0   5
```

Between	keine
Within	Stimm

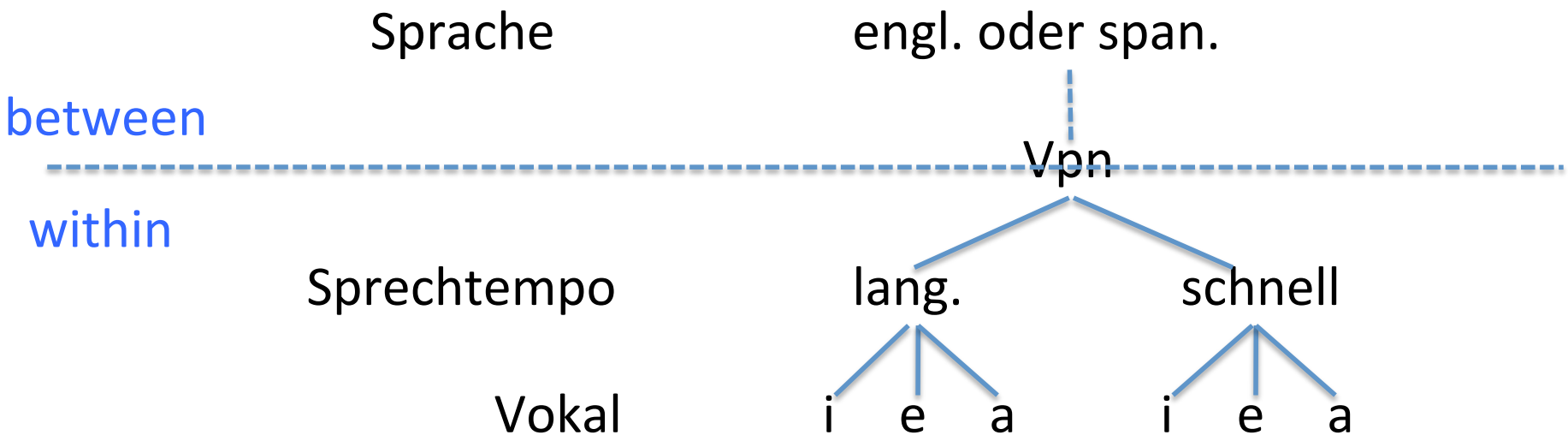
Die Kieferposition wurde in 3 Vokalen /i, e, a/ und jeweils zu 2 Sprechtempi (langsam, schnell) gemessen. Die Messungen (3 x 2 = 6 pro Vpn) sind von 16 Vpn erhoben worden, 8 mit Muttersprache spanisch, 8 mit Muttersprache englisch.

Inwiefern haben Sprache, Sprechtempo, oder Vokale einen Einfluss auf die Kieferposition?

Between	Sprache
Within	Sprechtempo, Vokal

Within- and between-subjects factors

Die Kieferposition wurde in 3 Vokalen /i, e, a/ und jeweils zu 2 Sprechtempi (langsam, schnell) gemessen. Die Messungen sind von 8 mit Muttersprache spanisch, 8 mit Muttersprache englisch aufgenommen worden.



(6 Werte pro Vpn)

ANOVA mit Messwiederholungen und der gepaarte t-test

Die Generalisierung eines gepaarten t-tests ist die **Varianzanalyse mit Messwiederholungen** (RM-ANOVA, repeated measures ANOVA).

```
      ba  pa
[1,]  10  20
[2,] -20 -10
[3,]   5  15
[4,] -10   0
[5,] -25 -20
[6,]  10  16
[7,]  -5   7
[8,]   0   5
```

library(ez)

.( ) Spalten-Namen vom Data-Frame

```
ezANOVA(voice, .(vot), .(Vpn), .(Stimm))
```

Data-frame

Abhängige, kontinuierliche Variable

Sprecher

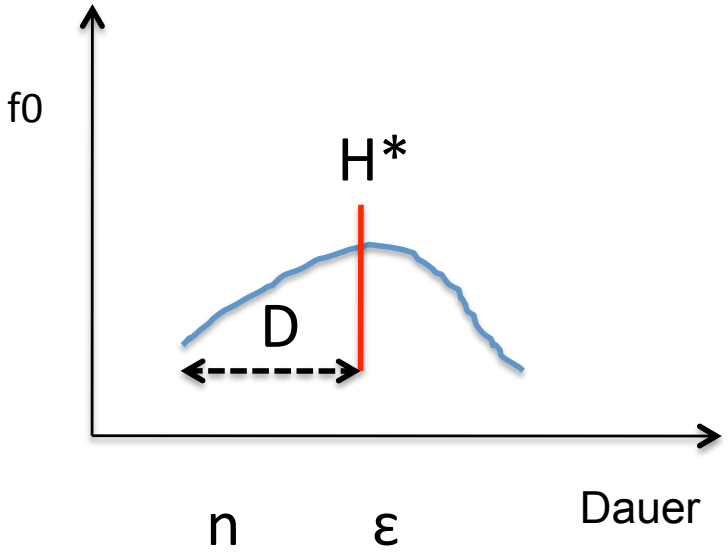
Within

```
$ANOVA
       Effect DFn DFd     SSn     SSd             F             p p<.05          pes
1 (Intercept)   1   7    0.25 2514.75 6.958942e-04 9.796907e-01       9.940358e-05
2       Stimm   1   7 289.00   26.00 7.780769e+01 4.860703e-05     * 9.174603e-01
```

Vot wird von Stimmhaftigkeit beeinflusst ($F[1,7] = 77.8$, $p < 0.001$)

RM-Anova: between and within

Die Dauer, *D*, (ms) wurde gemessen zwischen dem Silbenonset und dem H* Tonakzent in äußerungsinitialen Silben (zB *nächstes*) und -finalen Silben (*demnächst*) jeweils von 10 Vpn., 5 aus Bayern (B) und 5 aus Schleswig-Holstein (SH).



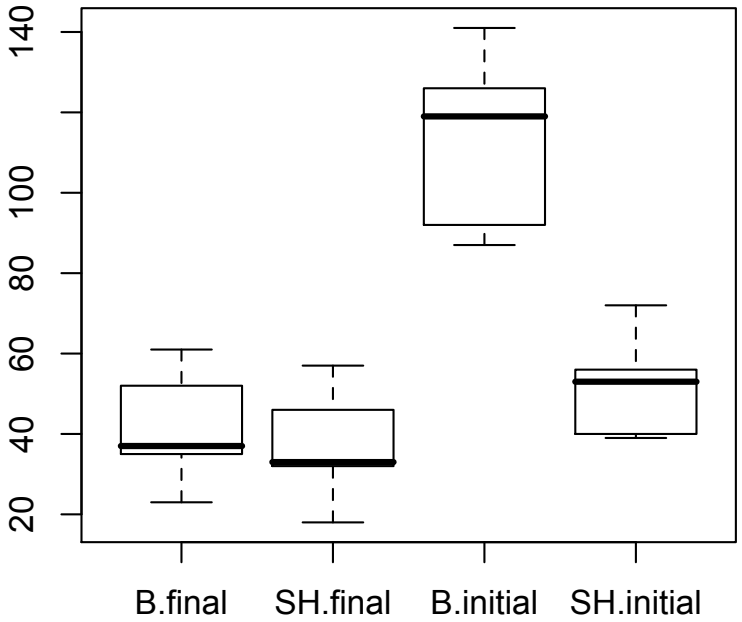
Inwiefern wird die Dauer von der Position und/oder Dialekt beeinflusst?

```
dr = read.table(file.path(pfad, "dr.txt"))
```

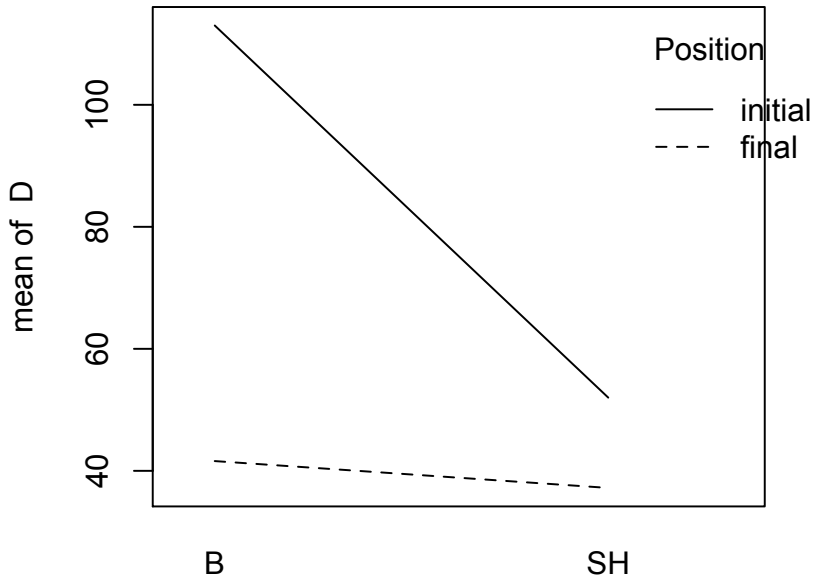
RM-Anova: between and within

Abbildungen

boxplot(D ~ Dialekt * Position, data=dr)



with(dr, interaction.plot(Dialekt, Position, D))

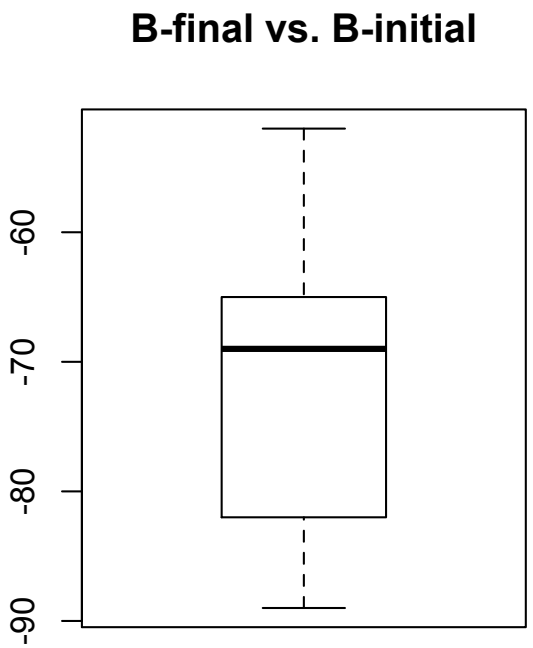


Position signifikant? Dialekt signifikant?

Interaktion?

boxplots und RM-Anova

Man muss sich im Klaren sein, dass der Boxplot der vorigen Folie keine genauen Ergebnisse liefert von dem, was in einem RM-Anova tatsächlich getestet wird (siehe auch Folie 6). Was getestet wird ist inwiefern der **pro-Sprecher-Unterschied zwischen Stufen** von 0 abweicht. Für B-final vs B-initial z.B.

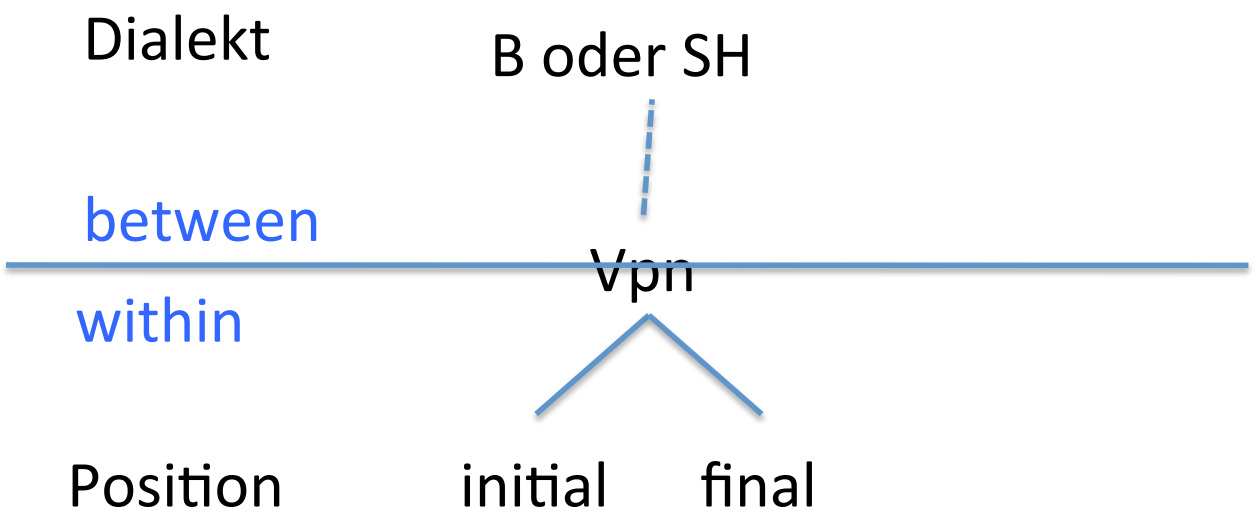



```
# Data-Frame B-final
temp = with(dr, Dialekt=="B" & Position == "final")
a = dr[temp,]
# Data-Frame B-initial
temp = with(dr, Dialekt=="B" & Position == "initial")
b = dr[temp,]
# Reihenfolge der Vpn prüfen alles OK, sonst b = b[m,]
m = match(a$Vpn, b$Vpn)
boxplot(a$D - b$D, main = "B-final vs. B-initial")
```

Test = wie weit weg ist die Verteilung von 0 (Null)?

RM-Anova: between and within

	between/within
Position	within
Dialekt	between




```
dr.ez = ezANOVA(dr, .(D), .(Vpn), .(Position), .(Dialekt))
```

within between

```
$ANOVA
             Effect DFn DFd     SSn  SSd        F             p p<.05
1           Dialekt   1   8 5346.45 3860 11.08073 1.040338e-02     *
2          Position   1   8 9288.05  754 98.54695 8.964643e-06     *
3 Dialekt:Position   1   8 4004.45  754 42.48753 1.845250e-04     *
```

Dialekt ($F[1, 8]=11.1$, $p < 0.05$) und Position ($F[1, 8] = 98.6$, $p < 0.001$) hatten einen signifikanten Einfluss auf die Dauer und es gab eine signifikante Interaktion ($F[1, 8]=42.5$, $p < 0.001$) zwischen diesen Faktoren.

post-hoc Tests

```
source(file.path(pfad, "phoc.txt"))
```

Für einen RM-Anova kann **ein post-hoc t-test mit Bonferroni Korrektur** angewandt werden.

Je mehr Tests wir post-hoc anwenden, um so wahrscheinlicher ist es, dass wir Signifikanzen per Zufall bekommen werden. Der Tukey (Anova ohne Messwiederholungen) und Bonferroni-adjusted t-Tests (mit Messwiederholungen) sind Maßnahmen dagegen.

Bonferroni-Korrektur: Der Wahrscheinlichkeitswert der inviduellen Tests wird mit der **Anzahl der theoretisch möglichen Testkombinationen** multipliziert.

Post-hoc t-test mit Bonferroni Korrektur

1. t-tests aller Stufen-Kombinationen durchführen: als **g**epaart mit denselben Between-Stufen, sonst ungepaart.

SH-initial mit SH-final	**g**	SH-final mit B-initial
SH-initial mit B-initial		SH-final mit B-final
SH-initial mit B-final		B-initial mit B-final **g**

2. Bonferroni Korrektur: den Wahrscheinlichkeitswert eines t-tests mit der Anzahl der Tests multiplizieren

zB wenn SH-initial vs SH-final p = 0.035, Bonferroni-Korrektur: 0.035 * 6 = 0.21 (weil es 6 mögliche Testpaare gibt).

3. Auswahl: nur die Test-Kombinationen, die sich in **einer** Stufe unterscheiden. Funktion phsel()

(Zur Info): wieviele Tests?

Fur *n* Stufen gibt es n!/(n-2)!2! mögliche Kombinationen.

zB
Dialekt * Position * Geschlecht war signifikant.
Dialekt = Hessen, Bayern, S-H
Geschlecht = M, W
Position = initial, medial, final

Wir haben 3 x 2 x 3 = 18 Stufen-Kombinationen

Das gibt 18!/16!2! = 18 x 17/2 = 153 t-Tests.

Bonferroni Korrektur: Die Wahrscheinlichkeiten mit 153 multiplizieren.

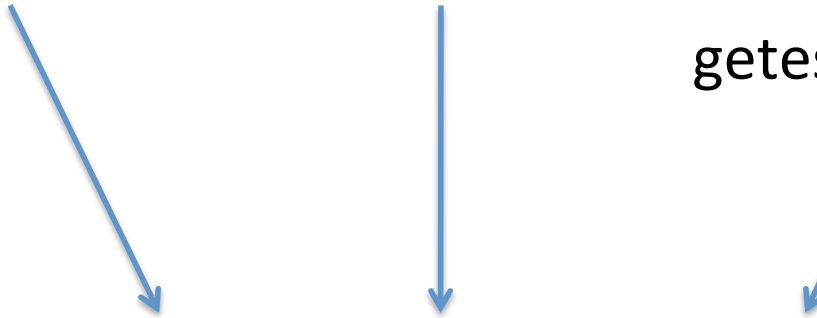
Post-hoc t-test mit Bonferroni Korrektur

.(Dialekt, Position)

Data-Frame

Sprecher

Alle Faktoren, die post-hoc getestet werden sollen



dr.p = phoc(dr, .(D), .(Vpn), .(Dialekt, Position))

Ergebnisse: auch in dr.p[[1]]

```
$res
                                t       df    prob-adj
SH:initial-SH:final    2.5709017 4.000000 0.371518380
SH:initial-B:initial  -5.1226150 6.475584 0.010372660
SH:initial-B:final     1.1537054 7.918185 1.000000000
SH:final-B:initial    -6.2006294 6.852279 0.002905609
SH:final-B:final      -0.4666613 7.999611 1.000000000
B:initial-B:final     10.9833157 4.000000 0.002342832
```

wurde ein gepaarter t-test durchgeführt?

```
$paired
[1]  TRUE FALSE FALSE FALSE FALSE  TRUE
```

```
$bonf
[1] 6
```

Bonferroni-Multiplikator (alle Wahrscheinlichkeiten des t-Tests wurden mit diesem Wert multipliziert)

Ergebnisse auswählen, die sich in einer Stufe unterscheiden

immer [[1]], da die Ergebnisse in dr.p[[1]] sind

phsel(dr.p[[1]]) Position konstant

```
 t       df   prob-adj
SH:initial-B:initial -5.1226150 6.475584 0.01037266
SH:final-B:final     -0.4666613 7.999611 1.00000000
```

phsel(dr.p[[1]], 2) Dialekt konstant

```
 t df    prob-adj
SH:initial-SH:final  2.570902  4 0.371518380
B:initial-B:final   10.983316  4 0.002342832
```

Inwiefern wird die Dauer von der Position und/ oder Dialekt beeinflusst?

	stat	df	Bonferroni p
SH.final-B.final	-0.4666613	7.999611	1.000000000
SH.final-SH.initial	-2.5709017	4.000000	0.371518380
B.final-B.initial	-10.9833157	4.000000	0.002342832
SH.initial-B.initial	-5.1226150	6.475584	0.010372660

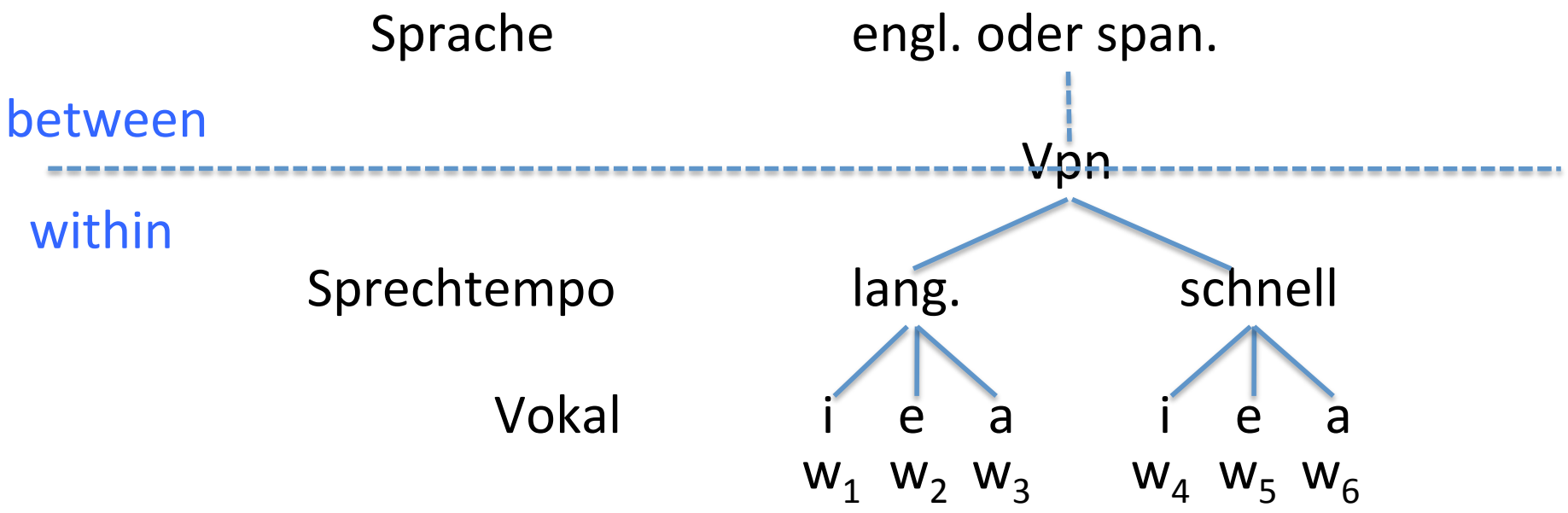
Post-hoc t-Tests mit Bonferroni-Korrektur zeigten signifikante Unterschiede zwischen Bayern und Schleswig-Holstein in initialer ($p < 0.05$) jedoch nicht in finaler Position. Die Unterschiede zwischen initialer und finaler Position waren nur für Bayern ($p < 0.01$) jedoch nicht für Schleswig-Holstein signifikant.

Wiederholungen in derselben Zelle

Sphericity Korrektur

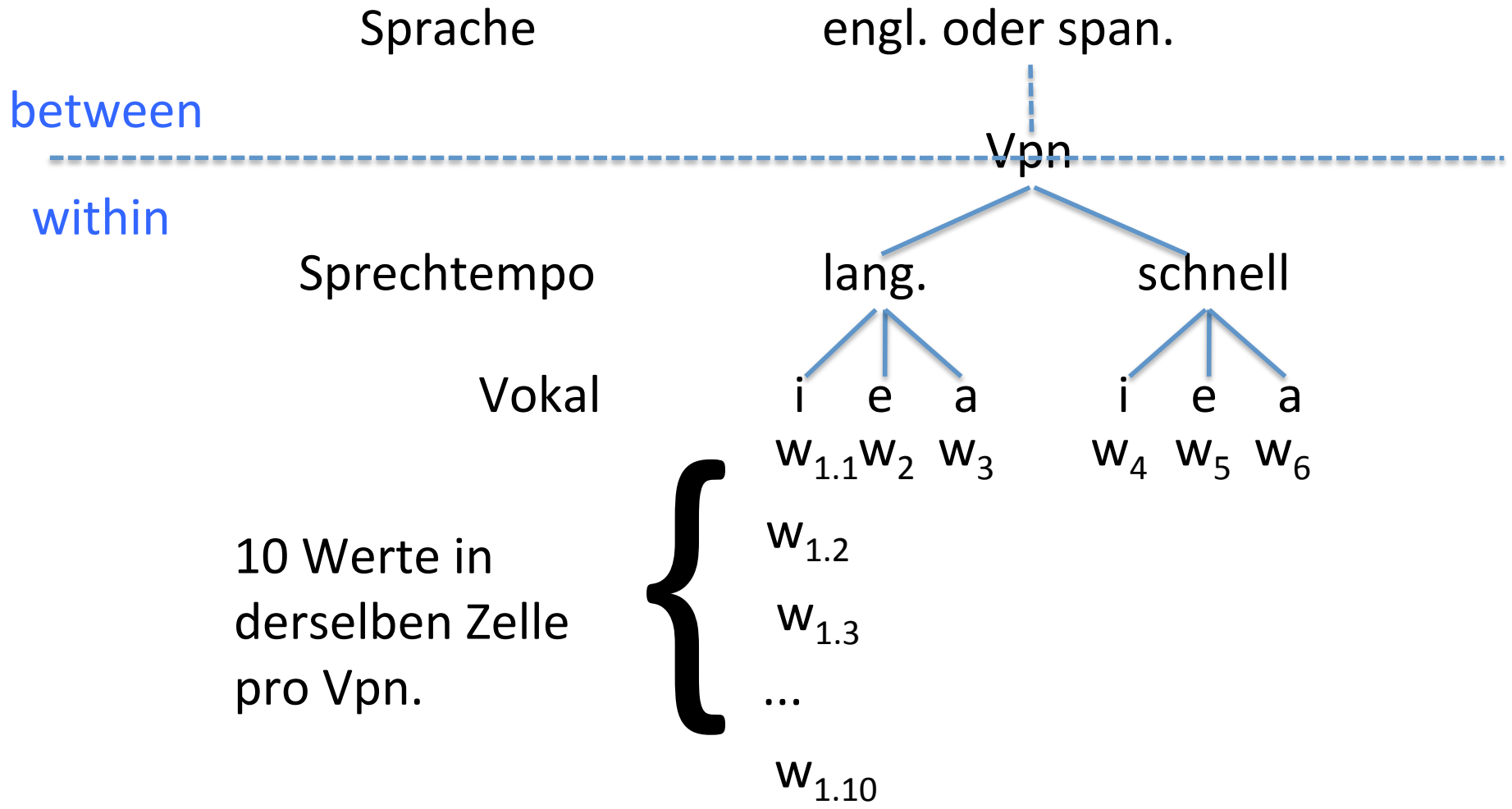
Wiederholungen in derselben Zelle

In allen bislang untersuchten ANOVAs gab es **einen Wert pro Vpn. pro Zelle**. z.B. 2 Faktoren mit 3 und 2 Stufen, dann 6 Werte pro Vpn, also einen Wert pro Stufen-Kombination pro Vpn.

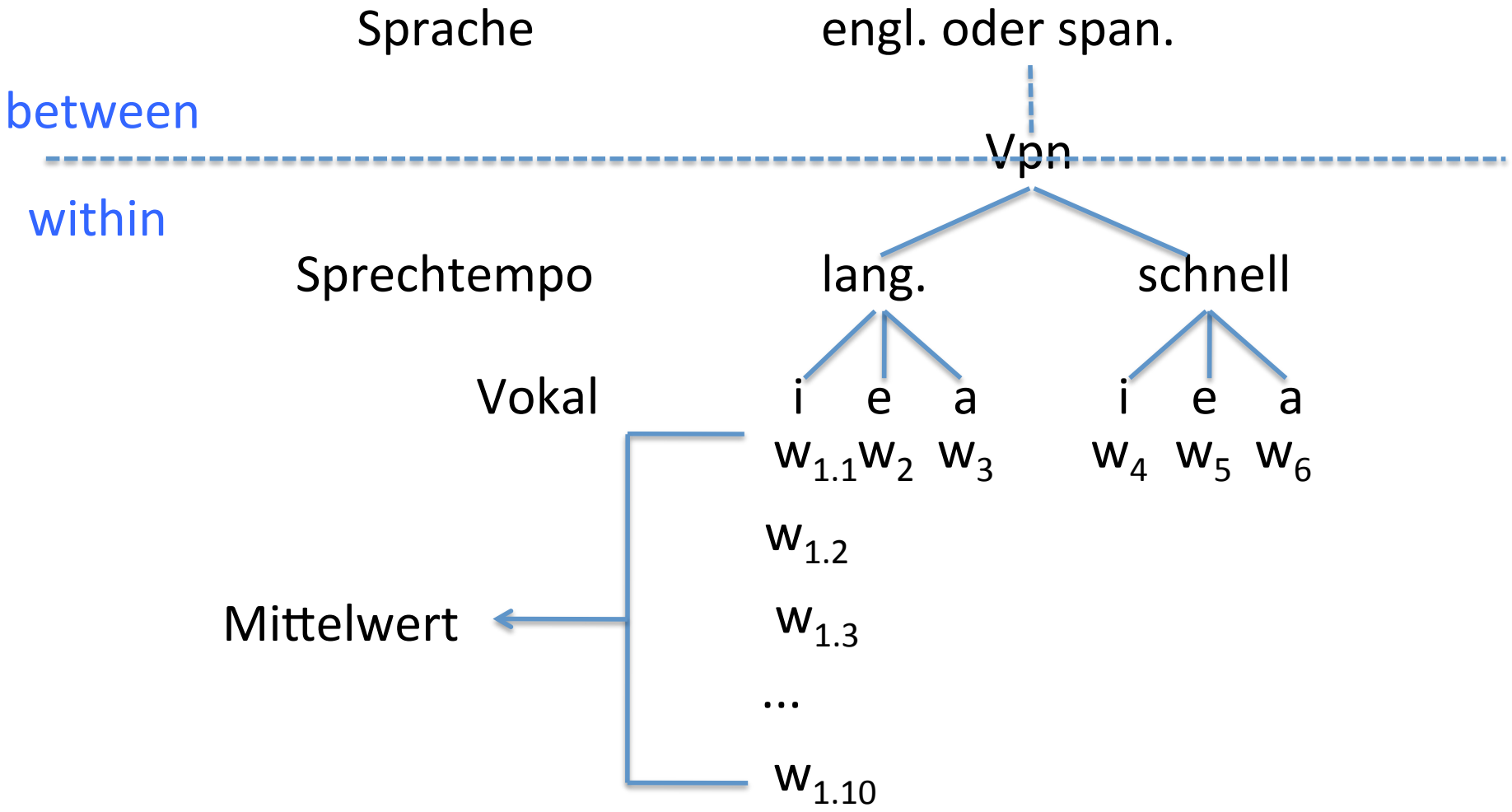


Wiederholungen in derselben Zelle

Jedoch haben die meisten phonetischen Untersuchungen **mehrere Werte pro Zelle**. zB. jede Vpn. erzeugte 'hid', 'head', 'had' zu einer langsamen und schnellen Sprechgeschwindigkeit **jeweils 10 Mal.**



Wiederholungen innerhalb der Zelle in einem ANOVA sind nicht zulässig und müssen gemittelt werden – damit wir pro Vpn. **einen within-subjects Wert pro Kombination der within-subjects Stufen** haben (6 Mittelwerte pro Vpn. in diesem Beispiel).



Wiederholungen in derselben Zelle

ssb = read.table(file.path(pfad, "ssb.txt"))

In einer Untersuchung zur /u/-Frontierung im Standardenglischen wurde von 12 Sprecherinnen (6 alt, 6 jung) F2 zum zeitlichen Mittelpunkt in drei verschiedenen /u/-Wörtern erhoben (*used, swoop, who'd*). Jedes Wort ist von jeder Vpn. 10 Mal erzeugt worden. Ist /u/ in den jungen Vpn. frontierter? (bis zu 60 Werte pro Vpn).

Faktor	within/between	wieviele Stufen?
Word	within	3
Alter	between	2

Wieviele Werte pro Vpn. dürfen in der ANOVA vorkommen? 3

Wieviele Werte insgesamt in der ANOVA wird es geben? 36

Wiederholungen in derselben Zelle

1. Anzahl der Wort-Wiederholungen pro Sprecher prüfen

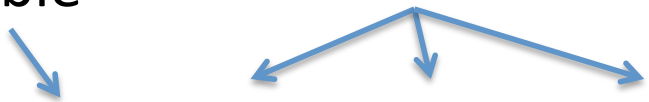
```
with(ssb, table(Wort, Vpn))
```

Wort	arkn	elwi	frwa	gisa	jach	jeny	kapo	mapr	nata	rohi	rusy	shle
swoop	10	9	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
used	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
who'd	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10

2. Über die Wort-Wiederholungen mit aggregate() mitteln

abhängige Variable

alle Faktoren



```
ssbm = with(ssb, aggregate(F2, list(Alter, Wort, Vpn), mean))
```

Wiederholungen in derselben Zelle

```
ssbm = with(ssb, aggregate(F2, list(Alter, Wort, Vpn), mean))
```

```
dim(ssbm)
```

```
[1] 36  4
```

```
head(ssbm)
```

```
  Group.1 Group.2 Group.3        x
1     alt   swoop    arkn 10.527359
```

3. Neue Namen vergeben

```
names(ssbm) = c("Alter", "Wort", "Vpn", "F2")
```

4. RM-Anova wie üblich durchführen

```
ezANOVA(ssbm, .(F2), .(Vpn), .(Wort), .(Alter))
```

Sphericity-Korrektur

Sphericity ist die Annahme in einem RM-Anova, dass die Varianzen der Unterschiede zwischen den Stufen eines within-subject-Faktors gleich sind.

Wenn Sphericity nicht gegeben ist, werden die Wahrscheinlichkeiten durch Änderungen in den Freiheitsgraden nach oben gesetzt.

Dieses Problem tritt nur auf wenn ein within-subjects-Faktor mehr als 2 Stufen hat.

Man soll grundsätzlich immer für Sphericity korrigieren, wenn Sphericity-Korrektur in der Ausgabe von ezANOVA() erscheint.

Sphericity-Korrektur

```
$ANOVA
      Effect DFn DFd       SSn       SSd         F             p p<.05       pes
1      Alter   1  10 61.394752 41.268353 14.876957 3.175409e-03     * 0.5980216
2       Wort   2  20 67.210301  8.561218 78.505534 3.390750e-10     * 0.8870127
3 Alter:Wort   2  20  8.467805  8.561218  9.890888 1.031474e-03     * 0.4972572

$`Mauchly's Test for Sphericity`
      Effect         W          p p<.05
2       Wort 0.5423826 0.06373468
3 Alter:Wort 0.5423826 0.06373468

$`Sphericity Corrections`
      Effect       GGe        p[GG] p[GG]<.05       HFe        p[HF] p[HF]<.05
2       Wort 0.6860511 1.340736e-07         * 0.7587667 3.342362e-08         *
3 Alter:Wort 0.6860511 4.370590e-03         * 0.7587667 3.120999e-03         *
```

(Ignorieren, da es nicht zuverlässig ist)

1. Die betreffenden Freiheitsgrade werden mit dem Greenhouse-Geisser-Epsilon multipliziert, wenn er unter 0.75 liegt, sonst mit dem Huynh-Feldt-Epsilon.

Wort: F[2,20] -> F[2 * 0.6860511, 20 * 0.6860511] = F[1.37, 13.72]

Alter x Wort Interaktion: F[1.37, 13.72]

Sphericity-Korrektur

```
$ANOVA
      Effect DFn DFd       SSn       SSd         F             p p<.05       pes
1      Alter   1  10 61.394752 41.268353 14.876957 3.175409e-03     * 0.5980216
2       Wort   2  20 67.210301  8.561218 78.505534 3.390750e-10     * 0.8870127
3 Alter:Wort   2  20  8.467805  8.561218  9.890888 1.031474e-03     * 0.4972572


$`Sphericity Corrections`
      Effect       GGe        p[GG] p[GG]<.05       HFe        p[HF] p[HF]<.05
2       Wort 0.6860511 1.340736e-07         * 0.7587667 3.342362e-08         *
3 Alter:Wort 0.6860511 4.370590e-03         * 0.7587667 3.120999e-03         *
```

2. Die neuen damit verbunden Wahrscheinlichkeiten sind p[GG] (wenn mit GGe multipliziert wurde) sonst p[HF].

Das sind die Wahrscheinlichkeiten mit den korrigierten Freiheitsgraden
z.B. 1 - pf(**9.8908882**, 2 * 0.6860511, 20 * 0.6860511)

```
[1] 0.004370589
```

Alter (F[1,10] = 14.9, p < 0.001), Wort (F[1.37 , 13.72] = 78.5, p < 0.001) sowie die Interaktion Wort und Alter (F[1.37, 13.72] = 9.9, p < 0.001) hatten einen signifikanten Einfluss auf F2.