Fragen.

Normalverteilung

1. Ich ziehe 350 Mal fünf Ganzzahlen zwischen -20 und +20 aus einem Hut und berechne davon den Mittelwert (und tue sie jedes Mal wieder in den Hut hinein). Was ist μ, was ist σ?

Führen Sie diesen Vorgang in R durch (mit `proben()`) um 350 solche Werte zu bekommen. Machen Sie ein Histogramm davon und überlagern Sie die entsprechende Normalverteilung.

Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Stichprobe mehr als plus oder minus 10 (entweder weniger als -10, oder mehr als +10) von μ abweicht?

2. Laut einer Analyse sollen der f0-Mittelwert und -Standardabweichung von Männerstimmen 100 Hz und 15 Hz sein.

(a) Wir wollen eine Gruppe genannt 'tief' erstellen. Diese Gruppe soll die Mitglieder der Bevölkerung mit den tiefsten Stimmen enthalten. Bei welchem Hz-Wert müsste laut dieser Statistik die Grenze gesetzt werden, wenn diese Gruppe 10% der Bevölkerung enthält?

(b) Eine Datenbank enthält 50 Männerstimmen. Wie viele Männerstimmen müssten laut dieser Statistik einen f0-Wert von (i) über 130 Hz und (ii) zwischen 120 und 130 Hz haben?

3. Laut einer anderen Studien haben 90% von Frauen einen f0-Mittelwert zwischen 150 Hz und 250 Hz.

(a) Angenommen, dass es sich um eine Normalverteilung handelt, und dass diese beiden obigen Hz Werte denselben Abstand zum Mittelwert haben, was ist σ (der 'standard error' bzw. Bevölkerungsstandardabweichung)?

(b) Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Frau eine f0 zwischen 200 und 235 Hz hat?

4. Die Wahrscheinlichkeit, *p*, dass ich einen Wert, *x*, aus einer Normalverteilung ziehe, mit Verteilung (μ, σ) ist:

(1) $p = ke^{-z}$

wo $k = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$, $z = \left(\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$, und *e* ist das Exponential (**`exp(n)`** in R entspricht e^n).

Setzen Sie die Formel (1) in eine Funktion `normal(x, mu, sig)` in R um. Bestätigen Sie, dass Sie das gleiche Ergebnis mit `normal(x, mu, sig)` und `dnorm(x, mu, sig)` bekommen, für beliebige Werte von `x`, `mu`, `sig`.

Antworten auf der nächsten Seite...

Antworten

1. Ich ziehe 350 Mal fünf Ganzzahlen zwischen -20 und +20 aus einem Hut und berechne davon den Mittelwert (und tue sie jedes Mal wieder in den Hut hinein). Was ist μ, was ist σ?

```
m = 0
std = sigma(-20, 20)/sqrt(5)
werte = proben(-20, 20, 5, 350)
hist(werte, col="steelblue", freq=F)
curve(dnorm(x, 0, sig), -20, 20, add=T)
```

Führen Sie diesen Vorgang in R durch (mit `proben()`) um 350 solche Werte zu bekommen. Machen Sie ein Histogramm davon und überlagern Sie die entsprechende Normalverteilung.

Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Stichprobe mehr als plus oder minus 10 (entweder weniger als -10, oder mehr als +10) von μ abweicht?

```
2 * pnorm(-10, mu, std)
```

2. Laut einer Analyse sollen der f0-Mittelwert und -Standardabweichung von Männerstimmen 100 Hz und 15 Hz sein.

(a) Wir wollen eine Gruppe genannt 'tief' erstellen. Diese Gruppe soll die Mitglieder der Bevölkerung mit den tiefsten Stimmen enthalten. Bei welchem Hz-Wert müsste laut dieser Statistik die Grenze gesetzt werden, wenn diese Gruppe 10% der Bevölkerung enthält?

```
qnorm(.1, 100, 15)
```

80.77673

In der anderen Richtung: was ist die Wahrscheinlichkeit, dass ich 80.77673 oder weniger bekomme, angenommen eine Normalverteilung $\mu = 100$, $\sigma = 15$?

```
pnorm(80.77673, 100, 15)
```

(b) Eine Datenbank enthält 50 Männerstimmen. Wie viele Männerstimmen müssten laut dieser Statistik einen f0-Wert von (i) über 130 Hz

```
50 * (1 - pnorm(130, 100, 15))
```

und (ii) zwischen 120 und 130 Hz haben?

```
50 * (pnorm(130, 100, 15) - pnorm(120, 100, 15))
```

3. Laut einer anderen Studien haben 90% von Frauen einen f0-Wert zwischen 150 Hz und 250 Hz.

(a) Angenommen, dass es sich um eine Normalverteilung handelt, und dass diese Werte denselben Abstand zum Mittelwert haben, was ist σ (der 'standard error' bzw. Bevölkerungsstandardabweichung)?

```
lower = 150
upper = 250
```

\# Der Mittelwert liegt in der Mitte
```
mu = (lower + upper)/2
```

Wir wissen, dass qnorm(0.05) = (lower - mu)/sig. Wir wollen sig finden

```
sig = (lower - mu)/qnorm(0.05)
sig
30.39784
```
\# Verifizieren:
```
pnorm(150, mu, sig)
[1] 0.05
```

(b) Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Frau eine f0 zwischen 200 und 235 Hz hat?
```
pnorm(235, mu, sig) - pnorm(200, mu, sig)
```

4. Die Wahrscheinlichkeit, *p*, dass ich einen Wert, *x*, aus einer Normalverteilung ziehe, mit Verteilung (μ, σ) ist:

(1)

wo k $= \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$, z $= \left(\dfrac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$, und *e* ist das Exponential (`exp(n)` in R entspricht e^n).

Setzen Sie die Formel (1) in eine Funktion `normal(x, mu, sig)` in R um. Bestätigen Sie, dass Sie das gleiche Ergebnis mit `normal(x, mu, sig)` und `dnorm(x, mu, sig)` bekommen, für beliebige Werte von `x`, `mu`, `sig`.

```
normal <- function(x, mu, sig)
{
k = 1 / (sig * sqrt(2 * pi))
z =  ((x - mu)^2)/(2 * sig^2)
k * exp(-z)
}



x = seq(-5, 5, length=5000)
mu = 0
sig = 1.4
z = normal(x, mu, sig)
z2 = dnorm(x, mu, sig)
ylim = range(c(z, z2))
plot(x, z, type="l", ylim=ylim)
par(new=T)
plot(x, z2, type="l", ylim=ylim)
```