```
library(lme4)
library(lattice)

stimm = read.table(file.path(pfadu, "stimm.df.txt"))
stimm2 = read.table(file.path(pfadu, "stimm2.df.txt"))
soa = read.table(file.path(pfadu, "soa.txt"))
########################################################################
# 1. Mixed Models, Fixed Faktoren, Random Faktoren
########################################################################
# 1.1 Mit einem Mixed Model (MM) wird geprüft ob eine abhängige Variable
    (kontinuierlich oder kategorial) von einem oder mehreren
    unabhängigen Faktoren beeinflusst wird.
#
# 1.2 In einem MM werden die Faktoren in 'fixed' und 'random'
    aufgeteilt:
#
# Fixed Faktor: meistens der Faktor, der geprüft werden soll.

# Random Faktor: der Faktor, dessen Variabilität ausgeklammert/reduziert
    wird.
#
# In der Phonetik sind oft Versuchsperson und/oder Item  (Materialien
    wie Wörter).
#
# Beispiel.
# 20 Sprecher produzierten verschiedene Wörter phrasenfinal oder
    phraseninitial und die Vokaldauer wurde gemessen. Inwiefern wird die
# Vokaldauer von der Phrasenposition beeinflusst?
#
# Abhängige Variable: Dauer.
# Fixed Factor: Phrasenposition (initial vs. final).
#
# Random Faktoren: Versuchspersonen, Wort
# (weil die Variabilität, die wegen Versuchspersonen und Wort entsteht,
    entfernt werden soll).

########################################################################
# 2. Variabilität ausklammern: within-subject Faktoren und ANOVA
########################################################################
# In einem ANOVA wird die Variabilität, die wegen Versuchspersonen-
    Unterschiede entsteht, durch einen within-Faktor reduziert/
    ausgeklammert.
# z.B.  8 Versuchspersonen produzierten jeweils 8 mal /ba, pa/.
# VOT (voice onset time) wurde gemessen.
# Inwiefern wird VOT von der Artikulationsstelle beeinflusst?
#
# Abhängige Variable: VOT
# Unabhängige Variable K (2 Stufen: ba, pa).
# K is eindeutig ein 'within' Faktor, denn jede Stufe
# von K wird pro Vpn belegt.

with(stimm, table(Vpn, K))

# Es muss gemittelt werden (es gibt 8 Werte pro Stufe pro Vpn).
```

```
stimm.m = aggregate(vot ~ K * Vpn, mean, data = stimm)
with(stimm.m, table(Vpn, K))
# Abbildung:  Scheinbar kaum einen Einfluss von /ba, pa/ auf VOT!
#
bwplot(vot ~ K, data = stimm.m)
densityplot(~vot, groups= K, data = stimm, plot.points=F, ref=T,
    auto.key=T)
# Dies ist merkwürdig, da VOT für /b/ (z.B. 'Bein')
# in jedem Fall kleiner sein soll als für /p/ (z.B. 'pein').

# Es ist zusätzlich merkwürdig,  weil die Varianzanalyse zeigt, dass der
    Einfluss von Stimmhaftigkeit (ba vs pa) auf VOT doch (sogar hoch)
    signifikant ist:
#
ezANOVA(stimm.m, .(vot), .(Vpn), .(K))
#
#   Effect DFn DFd        F            p p<.05        ges
# 2      K   1   7 41.05629 0.0003646654     * 0.02523055
#
# VOT wurde signifikant von der Stimmhaftigkeit beeinflusst
# F[1, 7] = 41.1, p < 0.001
#
# Die Diskrepanz zwischen Abbildung und ANOVA  kommt zustande, weil die
    Variabilität zwischen den Sprechern:
bwplot(vot ~ Vpn | K, data = stimm.m)
# in einem within-Faktor (K) ausgeklammert wird.  Wie?
#
# Diese Ausklammerung geschieht, in dem  VOT für /ba/ von VOT für /pa/
    getrennt pro Vpn abgezogen wird:
d = aggregate(vot ~ Vpn, diff, data = stimm.m)
d
# Die Varianzanalyse prüft dann, inwiefern d von 0 (Null) abweicht:
bwplot(~vot, data = d)
# Eindeutig kommt 0 (Null) hier nicht vor, weil:
#
bwplot(vot ~ K | Vpn, data = stimm.m)
# VOT von /pa/ > VOT von /ba/ in jeder Versuchsperson.
#
# Das ist  der Grund, weshalb das Ergebnis signifikant ist.
#
# Man bekommt übrigens das gleiche Ergebnis mit einem gepaarten t-test:
#
t.test(d$vot)
#
# t = 6.4075, df = 7, p-value = 0.0003647
# VOT wurde signifikant von der Stimmhaftigkeit beeinflusst
# t[7] = 6.4, p < 0.001.

######################################################################
# 3. Variabilität ausklammern: Mixed Model
######################################################################
# Ein MM ist in einigen Hinsichten ähnlich wie die lineare Regression.
#
# Die Regression
# +++++++++++++++
```

```
#
# yhut = m x + k
# yhut sind die eingeschätzten Werte,
# (m, k) die Steigung und Intercept

# Mixed Model (MM)
# +++++++++++++++
# In einem MM werden (m, k) in Random und Fixed aufgeteilt:
#
# yhut = (Random.m + Fixed.m) x + (Random.k + Fixed.k)
#
# Die 4 Variablen werden auf eine solche Weise berechnet, sodass der
    Abstand zwischen den tatsächlichen Werten
# (y) und die eingeschätzten Werte (yhut) minimiert werden (analog zur
    linearen Regression).
#
# Für das obige Beispiel:
# Abhängige Variable: vot (= die tatsächlichen Werte)
#
# Fixed Factor: K (2 Stufen, ba/pa)
#
# Random Factor: Vpn. Wird in einem MM als (1+K|Vpn) verschlüsselt
#
# (1+K|Vpn) hat die Bedeutung: eine Steigung (Random.m) und  ein
    Intercept (Random.k) sollen pro Vpn. berechnet werden.

# Funktion: lmer() in library(lme4)
stimm.lmer = lmer(vot ~ K + (1+K|Vpn), data = stimm)

# Fixed.k, Fixed.m
fixef(stimm.lmer)
# (Intercept)          Kpa
# -2.432357            3.900090

# Random.k, Random.m
# N.B. es gibt einen (k, m) pro Versuchsperson
ranef(stimm.lmer)
#
# (Intercept)         Kpa
# A   13.438581  1.5463280
# B  -16.549963  1.1124886
# C   10.580984 -1.5464902
# D   -6.152658  0.3295624
# E  -19.812548 -0.1910332
# F   13.400583 -0.9499770
# G    1.524253  0.6061825
# H    3.570768 -0.9070612

#
# Die eingeschätzten Werte (yhut)
fitted(stimm.lmer)
#
# Berechnung der eingschätzten Werte
# yhut = (Random.m + Fixed.m) x + (Random.k + Fixed.k)
#
```

```
# x ist hier /ba/ oder /pa/ und wird als 0 und 1 umgesetzt
contrasts(stimm$K)
# pa
# ba  0
# pa  1
# d.h. 0 für ba, 1 für pa.
#
# z.B. yhut der 8en Beobachtung
#
stimm[8,]
#  vot  K Vpn Alter
#8 -13 pa   B  Kind
#
# Sprecher ist B, K = pa (daher x = 1)
# eingeschätzter Wert:
# yhut = (Random.m + Fixed.m) x + (Random.k + Fixed.k)
yhut = (1.1124886 + 3.900090) * 1 + (-16.549963 -2.432357)
yhut
# [1] -13.96974
# das gleiche:
fitted(stimm.lmer)[8]
# -13.96974
# der tatsächliche Wert -13 (siehe stimm[8,])

######################################################################
# 4. Die Prüfstatistik
######################################################################
# Man kann grob einschätzen, ob der Fixed Factor signifikant sein wird
    durch:
anova(stimm.lmer)
# Analysis of Variance Table
#   Df Sum Sq Mean Sq F value
#K  1 180.86  180.86  41.056
#
# (den F-Wert vergleichen mit dem F-Wert in
# ezANOVA(stimm.m, .(vot), .(Vpn), .(K))
#

# F-Werte in einem MM über ca. 4.0  werden meistens signifikant sein.
#
# Jedoch gibt dieser Test keine Wahrscheinlichkeiten.
#
# Um mit Wahrscheinlickeiten zu prüfen, ob VOT von K signifikant
    beeinflusst wird oder nicht, müssen:
# (a) das Modell ohne den fixed Faktor (hier K) berechnet werden
# (b) die zwei Modelle (ohne und mit) verglichen werden
#
# Zuerst (a)
# Anstatt
# stimm.lmer = lmer(vot ~ K + (1+K|Vpn), data = stimm)
  stimm.ohne = lmer(vot ~     (1+K|Vpn), data = stimm)
# Oder
  stimm.ohne = update(stimm.lmer, ~ . -K)

# (b): Vergleich: ohne K vs. mit K
```

```
anova(stimm.ohne, stimm.lmer)

# Models:
# stimm.ohneff: vot ~ (1 + K | Vpn)
# stimm.lmer: vot ~ K + (1 + K | Vpn)
#              Df    AIC    BIC  logLik deviance  Chisq Chi Df
    Pr(>Chisq)
# stimm.ohneff  5 635.33 649.59 -312.67   625.33
# stimm.lmer    6 621.92 639.03 -304.96   609.92 15.412      1
    8.645e-05 ***
#
# Interpretation: AIC (Akaike's Information Criterion) gibt Information
    zu dem Abstand zwischen den  vorhergesagten und tatsächlichen (VOT)
    Werten: je  größer AIC, um so größer der Abstand, und um so
    schlechter werden die VOT Werte durch das Mixed Model vorhergesagt
#
# Hier sieht man also, dass VOT keineswegs so gut
# ohne (AIC = 635.33)
# als mit (AIC = 621.92) dem Fixed Factor K modelliert wird.
#
# Die Wahrscheinlichkeit, dass es signifikante Unterschiede zwischen
    diesen Modellen gibt (= dass K einen signifikanten Effekt ausübt)
# wird durch den Chi-Quadrat-Test berechnet.
# Zusammenfassung:
#
# VOT wurde signifikant
# (χ^2[1] = 15.4, p < 0.001)
# vom Konsonant (ob ba oder pa) beeinflusst.

######################################################################
# 5. Ein Nachteil und mindestens 4 Vorteile von einem MM im Vgl. zu
    ANOVA
######################################################################
# 0: Nachteil
# Die Wahrscheinlichkeiten in einem MM sind bei einer kleinen Anzahl von
    Beobachtungen nicht immer sehr zuverlässig.
#
# Vorteile
#
# A. In einem MM muss nicht über Wiederholungen gemittelt werden.
# +++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++
# Vergleiche:
# ANOVA zuerst mitteln:
#
stimm.m = aggregate(vot ~ K * Vpn * Alter, mean, data = stimm)
ezANOVA(stimm.m, .(vot), .(Vpn), .(K))
#
# MM nicht:
stimm.lmer = lmer(vot ~ K + (1 + K | Vpn), data = stimm)
# Der Vorteil ist nicht nur kosmetisch (eine Zeile Code weniger) sondern
    auch, dass die Variabilität in den Wiederholungen
# in einem MM (wenn eine Vpn wie hier 8 Mal /ba/ wiederholt)
    berücksichtigt wird.
#
# B. Kein Balanced-design in einem MM erforderlich.
```

```
# +++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++
# Balanced design: Die Anzahl der Vpn. muss pro Stufe des Between-
    Faktors gleich sein. Dies ist hier offensichtlich nicht gegeben für
    den  Between-Faktor Alter.
with(stimm, table(Vpn, Alter))
# Alter
# Vpn Erw Kind
# A   0   16
# B   0   16
# C   0   16
# D  16    0
# E  16    0
# F  16    0
# G   0   16
# H   0   16
# d.h. es gibt 3 Erwachsene und 5 Kinder.
#
# Daher meckert der ANOVA:
#
ezANOVA(stimm.m, .(vot), .(Vpn), .(K), between = .(Alter))
# Warning: Data is unbalanced (unequal N per group).
#
# Kein Problem für den MM
stimm.lmer = lmer(vot ~ K * Alter + (1 + K | Vpn), data = stimm)
anova(stimm.lmer)
#

# C. Fehlende Werte erlaubt
# +++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++
# In einem ANOVA muss jede Stufe des within-Faktors belegt sein. Das ist
    hier nicht der Fall.
with(stimm2, table(Vpn, K))
# Vpn ba pa
# A  0  8
# B  8  8
# C  8  8
# D  8  0
# E  8  8
# F  8  8
# G  8  8
# H  8  8
# daher kann ANOVA nicht durchgeführt werden.
# Mitteln:
stimm2.m = aggregate(vot ~ K * Vpn * Alter, mean, data = stimm2)
ezANOVA(stimm2.m, .(vot), .(Vpn), .(K), between = .(Alter))
# Error in ezANOVA_main(data = data, dv = dv, wid = wid, within =
    within,  :
# One or more cells is missing data.
#
# Kein Problem für den MM
stimm2.lmer = lmer(vot ~ K * Alter + (1 + K | Vpn), data = stimm2)
anova(stimm2.lmer)

# D. Mehrere Random-Faktoren
# +++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++
```

```
# In einer ANOVA kann die Variabilität höchstens von einem Faktor (z.B.
    Vpn. ODER Wort) ausgeklammert werden.
#
# Ein MM erlaubt dagegen mehrere Random Faktoren.
#
#
# Drei Sprecher produzierten "Bad", "Pfad", "Start" entweder in
    phrasenmedialer oder -finaler Position.
#
# Inwiefern wird F1 im Vokal von der Phrasenposition beeinflusst?
#
# Abhängige Variable: F1
# Fixed Faktor:  Position (medial/final)
# Random Faktoren: Sprecher, Wort
#
# Zuerst ein Bild
bwplot(F1 ~ Pos, data = soa)
# Wir wollen diese Variabilität wegen des Sprechers entfernen:
bwplot(F1 ~ Vpn | Pos, data = soa)
# Aber AUCH diese Variabilität wegen Wort:
bwplot(F1 ~ W | Pos, data = soa)
# Nicht möglich mit einer ANOVA.
# Kein Problem mit einem MM: wir deklarieren sowohl Vpn als auch W als
    Random Faktoren:
# Modell
soa.lmer = lmer(F1 ~ Pos + (1 + Pos| Vpn) + (1 + Pos | W), data = soa)
# Sig? Vielleicht aber eventuell grenzwertig (da F < 8)
anova(soa.lmer)
# Test
soa.ohne = update(soa.lmer, ~ . -Pos)
# oder soa.ohne = lmer(F1 ~ (1 + Pos| Vpn) + (1 + Pos | W), data = soa)
anova(soa.lmer, soa.ohne)
# Data: soa
# Models:
# soa.ohne: F1 ~ (1 + Pos | Vpn) + (1 + Pos | W)
# soa.lmer: F1 ~ Pos + (1 + Pos | Vpn) + (1 + Pos | W)
#           Df    AIC    BIC  logLik deviance  Chisq Chi Df Pr(>Chisq)
# soa.ohne  8 168.73 175.85 -76.366   152.73
# soa.lmer  9 166.80 174.81 -74.399   148.80 3.9334      1    0.04734 *
#
#
# F1 wurde signifikant von der Position beeinflusst (χ^2[1] = 3.9, p <
    0.05).
```