Die Varianzanalyse

Jonathan Harrington

```
library(lattice)
library(ez)
source(file.path(pfadu, "phoc.txt"))
blang  = read.table(file.path(pfadu, "blang.txt"))
v.df = read.table(file.path(pfadu,"vokal.txt"))
dg = read.table(file.path(pfadu, "dg.txt"))
```

Anova und t-test

t-test oder ANOVA (Analysis of Variance = Varianzanalyse)

Ein Faktor mit 2 Stufen

- Hat Geschlecht einen Einfluss auf die Dauer?

ANOVA

Ein Faktor mit mehr als 2 Stufen; oder mehr als ein Faktor

- Es gibt 3 Altersgruppen, jung, mittel, alt. Hat die Altersgruppe einen Einfluss auf die Dauer? (Ein Faktor mit 3 Stufen)

- Haben Geschlecht und Dialekt einen Einfluss auf die Dauer? (2 Faktoren)

Was ist die Varianzanalyse?

Mit der Varianzanalyse wird (durch einen F-Test) ein Verhältnis zwischen zwei Varianzen berechnet: **innerhalb von Stufen** und **zwischen Stufen**.

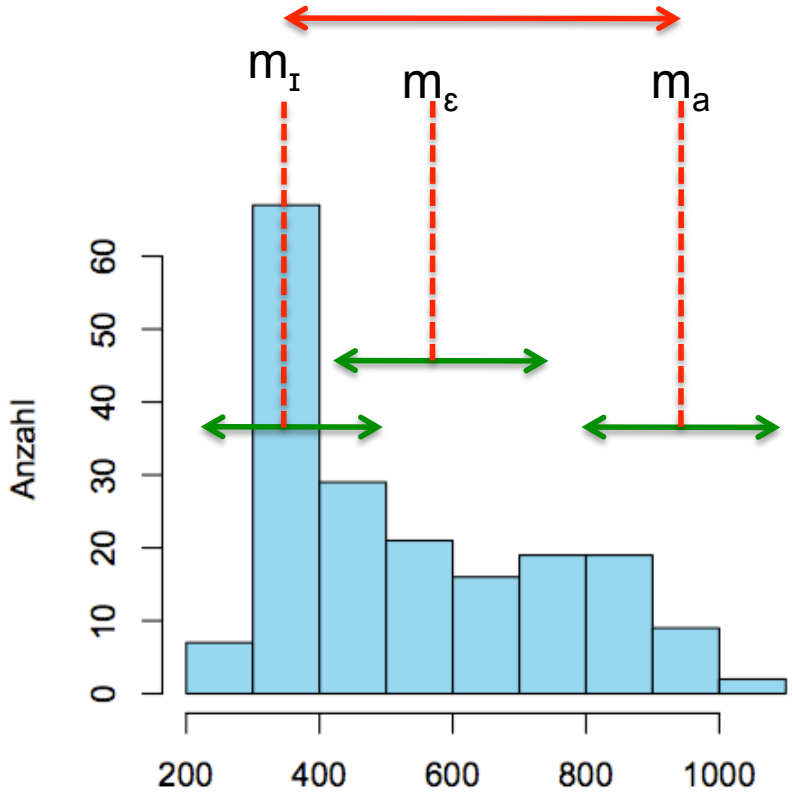
z.B. F1 von drei Vokalkategorien, /ɪ,ɛ,a/.

innerhalb: Es gibt eine **randomisierte Variation von F1** innerhalb jeder Stufe (F1 von /ɪ/ variiert, F1 von /ɛ/ variiert, F1 von /a/ variiert).

zwischen: F1 variiert, weil es eine **systematische Variation** zwischen den Verteilungen der Vokalkategorien gibt: die Werte von /ɪ/, /ɛ/, und /a/ liegen in ganz unterschiedlichen F1-Bereichen, und je unterschiedlicher sie sind, **umso größer wird diese Varianz im Verhältnis zu der willkürlichen, randomisierten Varianz innerhalb der Stufen sein**.

Was ist die Varianzanalyse?

F1-Verteilung, drei Vokale



$$F = \frac{\text{Varianz zwischen den Stufen}}{\text{Varianz innerhalb der Stufen}}$$

Ist F signifikant größer als 1?

Within-subject Faktor

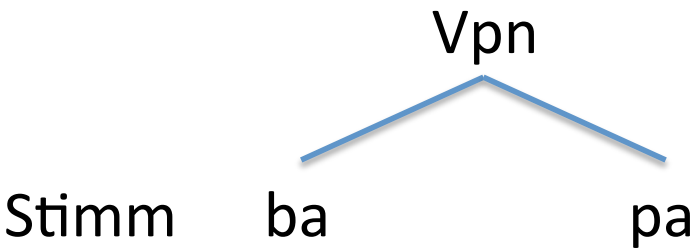
- für Analysen innerhalb derselben Person
- eine Messung pro Vpn. pro Stufe

/ba, pa/ wurden von denselben Sprechern produziert.
Unterscheiden sich /ba, pa/ in VOT?

Abhängige Variable: VOT

Within-Faktor: Stimmhaftigkeit

Ein Wert für /ba/ ein Wert für /pa/ pro Vpn



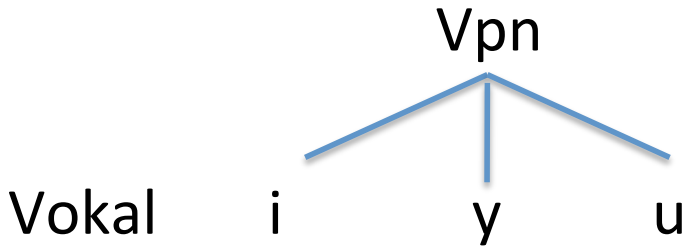
gepaarter t-test oder Anova

/i, y, u/ wurden von denselben Sprechern produziert.
Unterscheiden sich /i, y, u/ in F2?

Abhängige Variable: F2

Within-Faktor: Vokal

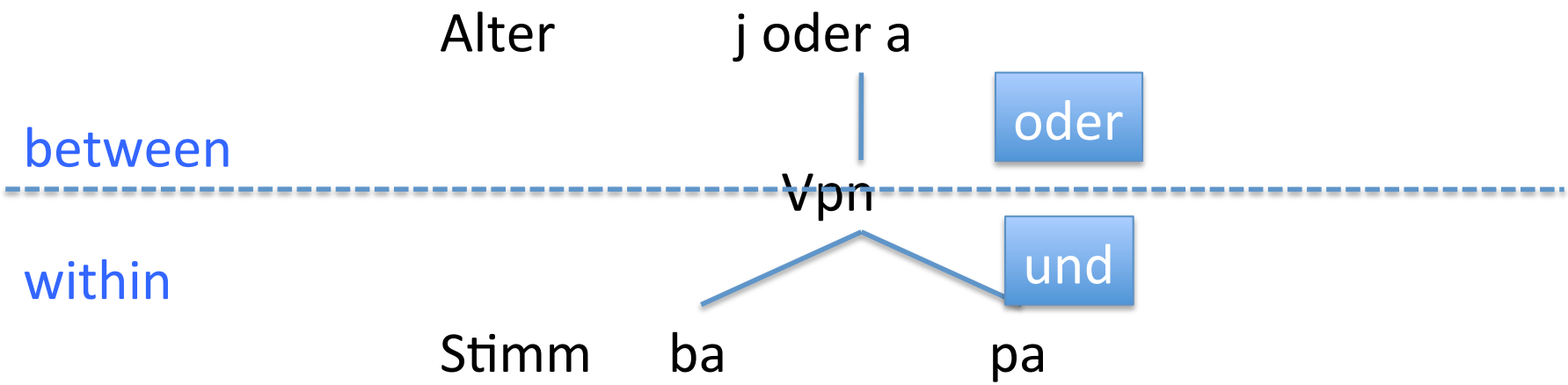
Ein Wert für /i/ ein Wert für /y/, ein Wert für /u/ pro Vpn



Anova

Between-subjects Faktor

beschreibt meistens eine Eigenschaft der Vpn. Z.B. Muttersprache (englisch *oder* deutsch *oder* französisch), Geschlecht (m *oder* w), Alter (jung *oder* alt) usw.



Within- and between-subjects factors

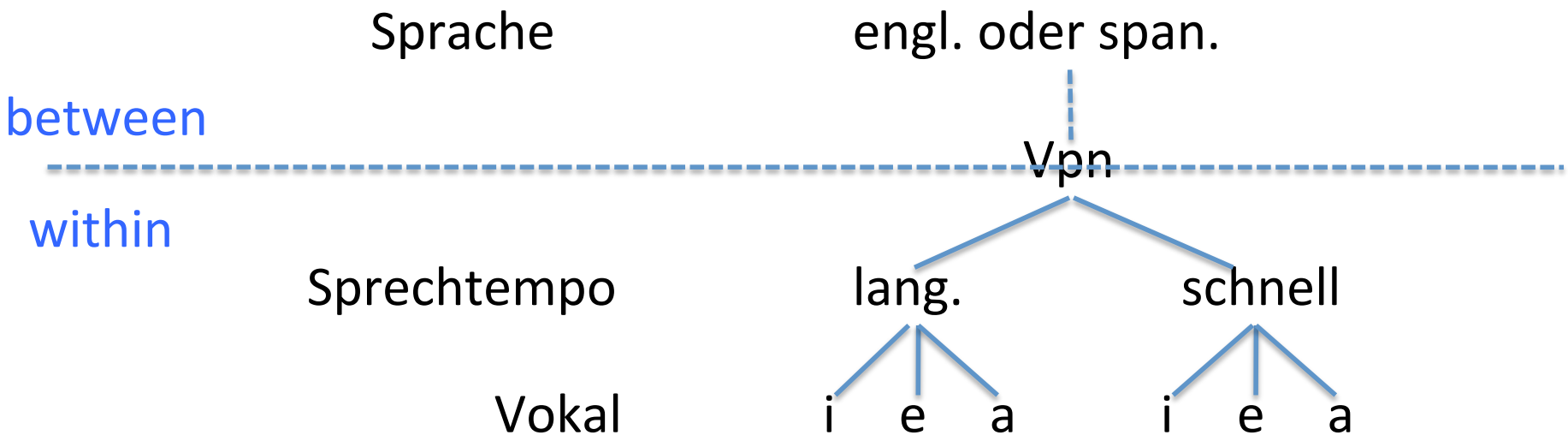
Die Kieferposition wurde in 3 Vokalen /i, e, a/ und jeweils zu 2 Sprechtempi (langsam, schnell) gemessen. Die Messungen (3 x 2 = 6 pro Vpn) sind von 16 Vpn erhoben worden, 8 mit Muttersprache spanisch, 8 mit Muttersprache englisch.

Inwiefern haben die Faktoren Sprache, Sprechtempo, und Vokal einen Einfluss auf die Kieferposition?

Between	Sprache
Within	Sprechtempo, Vokal

Within- und between-subjects factors

Die Kieferposition wurde in 3 Vokalen /i, e, a/ und jeweils zu 2 Sprechtempi (langsam, schnell) gemessen. Die Messungen sind von 8 mit Muttersprache spanisch, 8 mit Muttersprache englisch aufgenommen worden.



(6 Stichproben pro Vpn)

Within-Factor: gepaarter t-Test und Anova

```
head(blang); dim(blang)
```

12 Vpn. produzierten /i/ in betonter und unbetonter Position. Hat Betonung einen Einfluss auf F2?

Gepaarter t-Test oder within-subjects ANOVA

Jede Stufe des unabhängigen within-Faktor wird von jeder Versuchsperson einmal belegt

```
with(blang, table(Vpn, Betonung))
```

```
Betonung
 Vpn   B  U
  S1   1  1
  S10  1  1
  S11  1  1
  S12  1  1
  S2   1  1
  S3   1  1
...
```

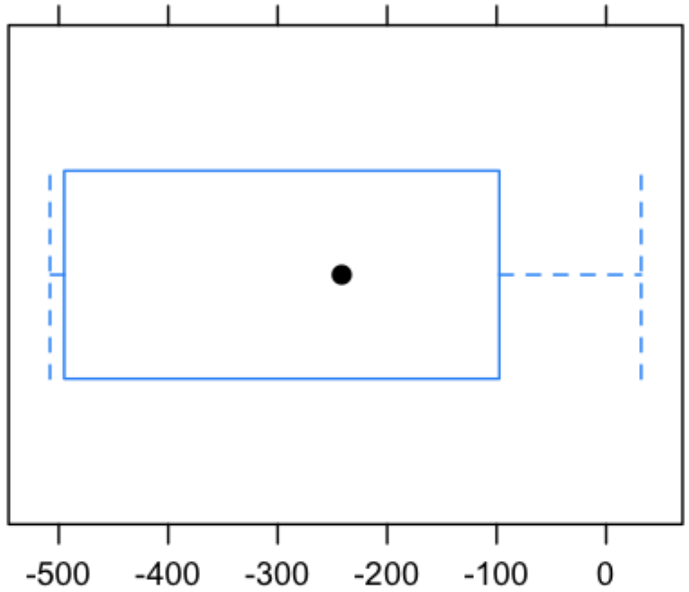
Within-Factor: gepaarter t-Test und Anova

1. Differenz-Berechnung

```
d = aggregate(F2 ~ Vpn, diff, data = blang)
```

2. Boxplot

```
bwplot(d$F2)
```



3. gepaarter t-Test

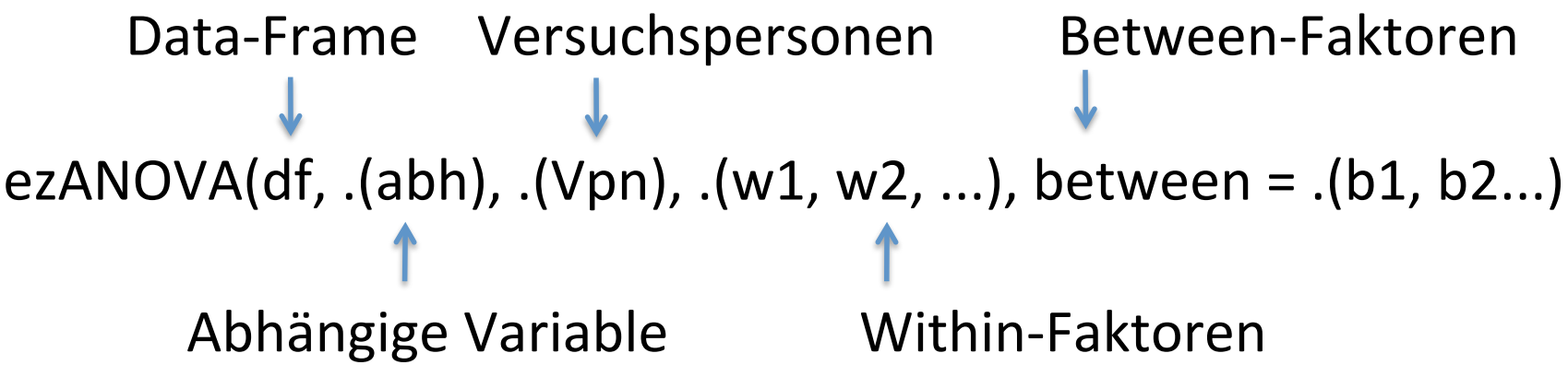
```
t.test(d$F2)
```

```
t = 4.3543, df = 11, p-value = 0.001147
```

F2 wird signifikant von Betonung beeinflusst ($t[11] = 4.4$, $p < 0.01$)

Within-factor: gepaarter t-Test und Anova

Lösung mit Anova




```
ezANOVA(blang, .(F2), .(Vpn), .(Betonung))
```

```
   Effect DFn DFd         F           p p<.05       ges2
Betonung   1  11 18.95986 0.001147148     * 0.4113659
```

F2 wird signifikant von Betonung beeinflusst (F[1,11] = 19.0, p < 0.01)

Vergleich mit t-test

derselbe Wahrscheinkeitswert — der F-Wert ist der t-Wert hoch 2

```
t.test(d)
```

t = 4.3543, df = 11, p-value = 0.001147

Between-factor: t-test und Anova

Unterscheiden sich Deutsche und Engländer in F2 von /e/?

```
head(v.df); dim(v.df)
```

Jede Stufe des unabhängigen between-Faktors wird einmal pro Vpn belegt (between-Faktor: Die Vpn. sind entweder Deutsch oder Englisch)

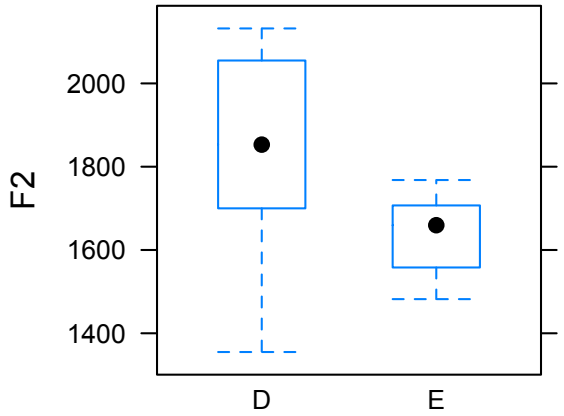
```
with(v.df, table(Vpn, Sprache))
```

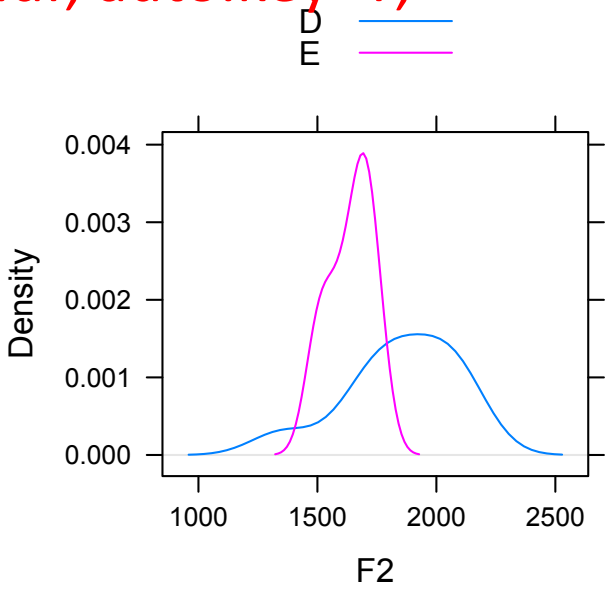
```
Sprache
Vpn   D E
 S1   1 0
 S10  1 0
 S11  0 1
 S12  0 1
 S13  0 1
 S14  0 1
 S15  0 1
```

Between-factor: t-test und Anova

Boxplot, densityplot

```
bwplot(F2 ~ Sprache, data = v.df)
densityplot(~F2, groups=Sprache, data = v.df, auto.key=T,
plot.points=F, ref=T)
```





t-Test

```
t.test(F2 ~ Sprache, data = v.df)
```

```
t = 2.688, df = 11.806, p-value = 0.01999
```

F2 wird signifikant von der Sprache beeinflusst ($t[11.8] = 2.7$, $p < 0.05$)

Between-factor: t-Test und Anova

Anova

ezANOVA(v.df, .(F2), .(Vpn), **between = .(Sprache)**)

```
$ANOVA
Effect  DFn DFd       F          p  p<.05       ges1
Sprache   1  18 7.22526 0.01503014      *  0.2864296
```

Die Sprache hatte einen signifikanten Einfluss auf F2 ($F[1,18] = 7.2$, $p < 0.05$).

Between-factor: t-Test und Anova

Ein Anova mit between-Faktor wird unter der Annahme durchgeführt, dass sich die Varianzen der Stufen nicht unterscheiden. Daher der Levene-Test (wenn p > 0.05, dann ist der Anova berechtigt)

```
$`Levene's Test for Homogeneity of Variance`
  DFn DFd     SSn       SSd         F           p p<.05
1   1  18 48807.2 213558.1 4.113773 0.05759797
```

Insofern bekommt man das gleiche Ergebnis mit einem t-test unter dieser Annahme der gleichen Varianzen:

t.test(F2 ~ Sprache, data = v.df, var.equal=T)

```
t = 2.688, df = 18, p-value = 0.01503
```

der F-Wert ist der t-Wert hoch 2

derselbe Wahrscheinkeitswert

```
$ANOVA
Effect  DFn DFd       F           p  p<.05       ges1
Sprache   1  18 7.22526 0.01503014     *     0.2864296
```

Zwei Faktoren

Inwiefern wird F2 vom Dialekt und Geschlecht beeinflusst?

```
head(dg)
names(dg)
```

```
with(dg, table(Vpn, interaction(Region, Gen)))
```

	between/within?
Gender	between
Region	between

```
Vpn   A.m B.m C.m A.w B.w C.w
  S1    1   0   0   0   0   0
  S10   1   0   0   0   0   0
  S11   0   1   0   0   0   0
  S12   0   1   0   0   0   0
  S13   0   1   0   0   0   0
  S14   0   1   0   0   0   0
...
```

Zwei Faktoren

Bei 2 Faktoren, gibt es immer 3 Fragen:

Frage zu Faktor 1

Hat Gender einen Einfluss auf F2?

Frage zu Faktor 2

Hat Region einen Einfluss auf F2?

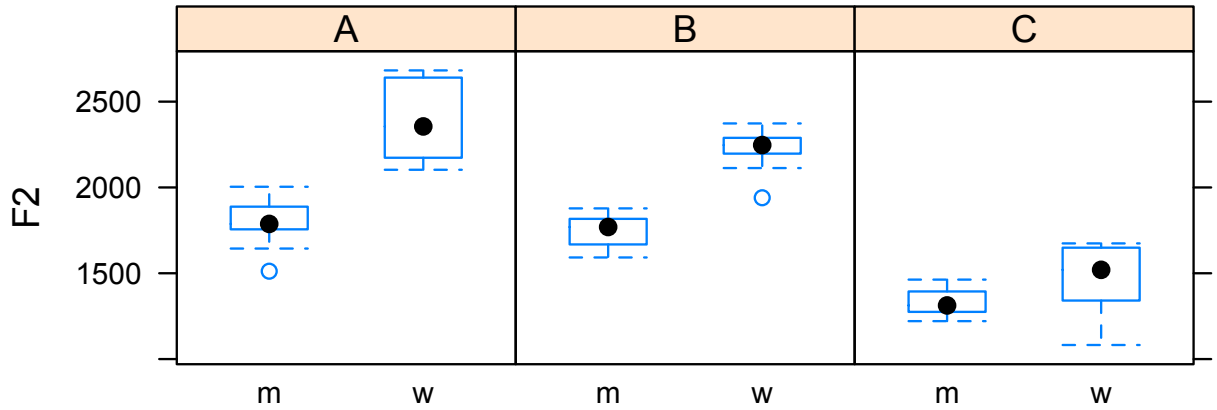
Frage zur Interaktion

Gibt es eine Interaktion zwischen Region und Gender? =
Ist der Unterschied zwischen männlich und weiblich derselbe in allen 3 Regionen?

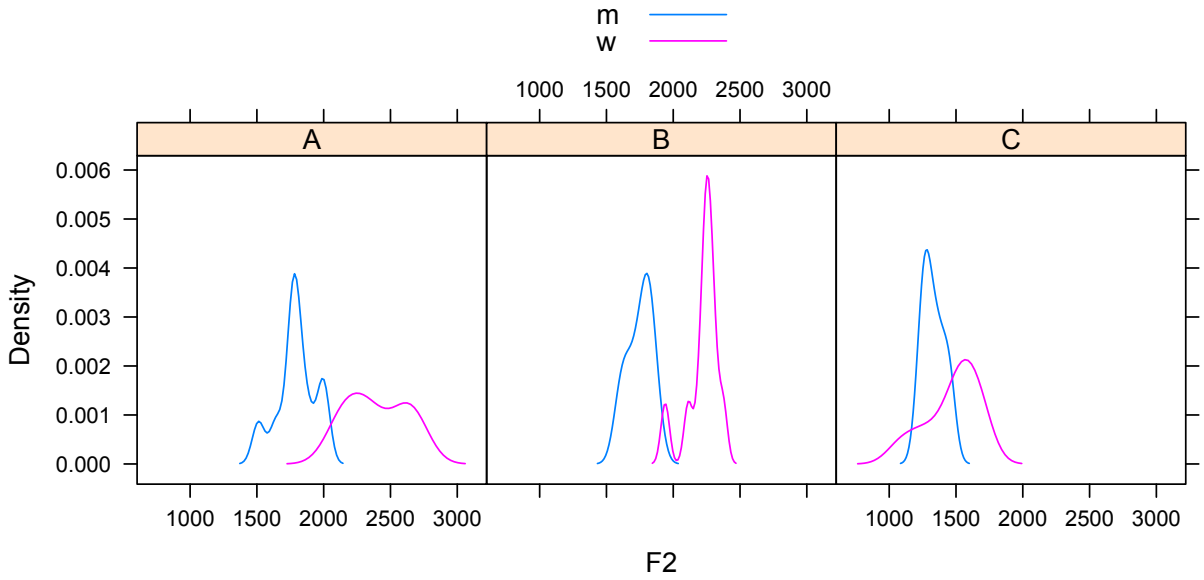
Zwei Faktoren

Hat Region einen Einfluss auf F2? Hat Gender einen Einfluss auf F2?

```
bwplot(F2 ~ Gen | Region, data = dg, layout=c(3,1)))
```



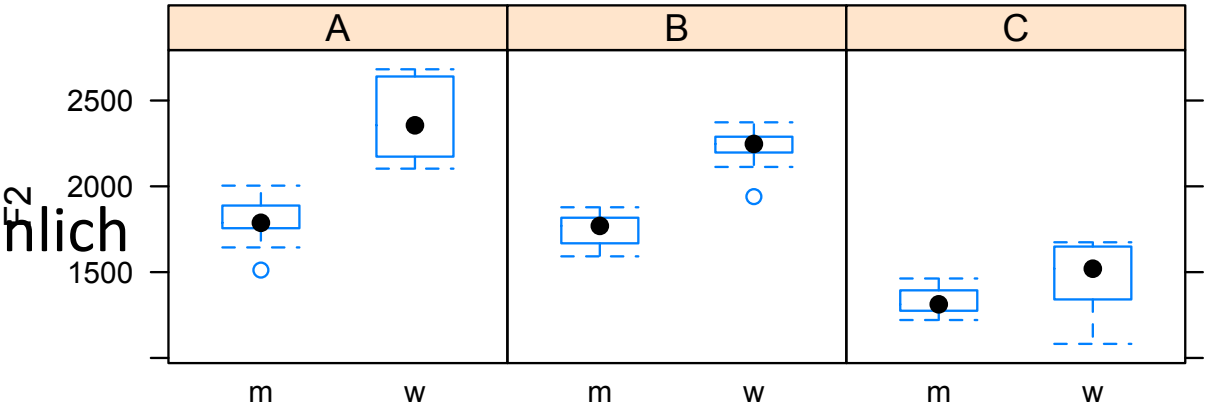

```
densityplot(~F2 | Region, groups = Gen, auto.key=T,
plot.points=F, data = dg, layout=c(3,1))
```



Interaktion

Gibt es eine Interaktion zwischen Region und Gender?

Bedeutung: ist der Unterschied zwischen männlich und weiblich ähnlich in den 3 Regionen?

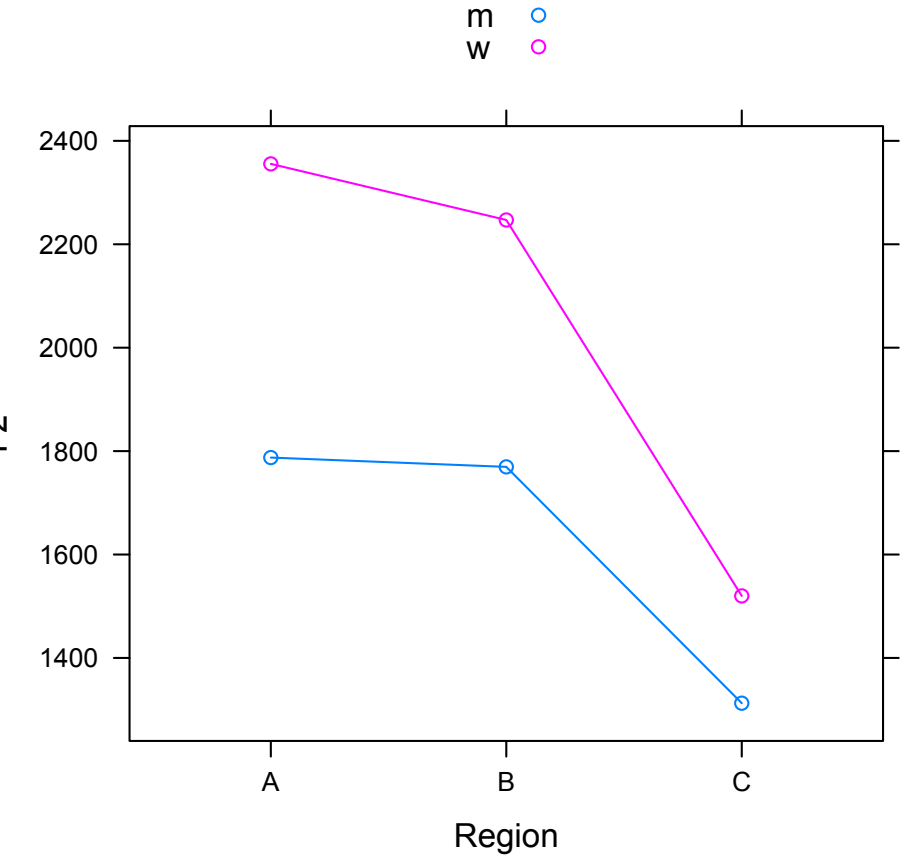


Wenn ja, müsste der Abstand zwischen den m-w Medianen ähnlich sein

d.h. diese Linien müssten mehr oder weniger parallel zu einander sein:

dg.m = aggregate(F2 ~ Gen * Region, median, data = dg)

xyplot(F2 ~ Region, groups = Gen, data = dg.m, type="b")



Zwei Faktoren

ezANOVA(dg, .(F2), .(Vpn), between =.(Region, Gen))

```
  Effect DFn DFd          F             p p<.05       ges
1     Region   2  54 119.63719 1.439560e-20     * 0.8158721
2        Gen   1  54 106.14696 2.353977e-14     * 0.6628097
3 Region:Gen   2  54  12.08336 4.602985e-05     * 0.3091690
```

F2 wurde signifikant von der Region ($F[2,54] = 119.6$, $p < 0.001$) und von Geschlecht ($F[1,54] = 106.1$, $p < 0.001$) beeinflusst und es gab eine signifikante Interaktion zwischen diesen Faktoren ($F[2,54] = 12.1$, $p < 0.001$).

post-hoc t-tests

Wenn eine Interaktion vorliegt, sollte geprüft werden, ob sich die Stufen-Kombinationen in dem Parameter (hier F2) unterscheiden.

Dazu werden sogenannte **Bonferroni-korrigierte t-tests** für alle Stufen-Kombination durchgeführt

Bonferroni-Korrektur: Der Wahrscheinlichkeitswert der inviduellen t-tests wird mit der Anzahl der theoretisch möglichen Testkombinationen multipliziert.

Der Grund: Je mehr Tests wir post-hoc anwenden, um so wahrscheinlicher ist es, dass wir Signifikanzen per Zufall bekommen werden. Die Bonferroni-Korrektur ist eine Maßnahme dagegen

post-hoc t-Tests

Data-Frame Versuchspersonen

```
vok.ph = phoc(dg, .(F2), .(Vpn), .(Region, Gen))
```

Abhängige Variable

Alle Faktoren, die post-hoc geprüft werden sollen (egal ob 'within' oder 'between')

post-hoc t-tests

Wir benötigen aber nur Vergleiche zwischen Stufen von **einem** Faktor, wenn die Stufen aller anderen Faktoren **konstant** sind.

1. Unterscheiden sich die Regionen desselben Geschlechts? (Region variiert, Geschlecht ist konstant).

A vs B in Männern	A vs B in Frauen
A vs C in Männern	A vs C in Frauen
B vs C in Männern	B vs C in Frauen

2. Unterscheiden sich Männer und Frauen in derselben Region? (Geschlecht variiert, Region ist konstant)

m vs. w in A m vs. w in B m vs. w in C

Aber *nicht* wenn beide Faktoren variieren.

m-A vs. w-B, m-C vs w-A usw.

1. Unterscheiden sich die Regionen im selben Geschlecht (Region variiert, Geschlecht ist konstant)?

	t	df	prob-adj
A:m-B:m	0.8313356	15.22192	1.000000e+00
A:m-C:m	8.7155048	13.98591	7.531888e-06
A:m-A:w	-7.1586378	15.68960	3.814827e-05
A:m-B:w	-7.0876370	17.28901	2.482025e-05
A:m-C:w	4.1291502	16.66330	1.092264e-02
B:m-C:m	10.6837180	17.65040	5.898958e-08
B:m-A:w	-8.5319197	12.11771	2.708776e-05
B:m-B:w	-9.8137671	16.97522	3.098841e-07
B:m-C:w	3.9943383	12.84208	2.345945e-02
C:m-A:w	-14.3108625	11.38030	1.881869e-07
C:m-B:w	-19.4274325	15.79614	2.840451e-11
C:m-C:w	-2.1074735	11.95523	8.530528e-01
A:w-B:w	2.2029457	13.88744	6.749777e-01
A:w-C:w	9.8529861	17.77397	1.896196e-07
B:w-C:w	10.2391336	14.86067	5.992353e-07

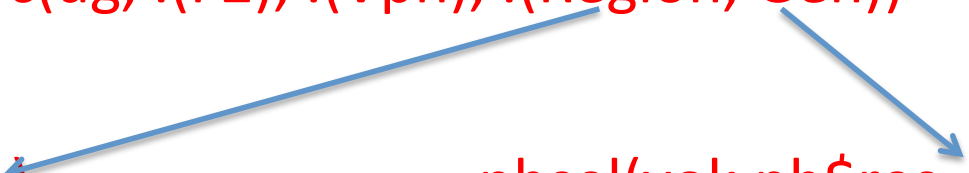
2. Unterscheiden sich Männer und Frauen derselben Region? (Geschlecht variiert, Region ist konstant)?

alles andere ist unwichtig

post-hoc t-tests

Die benötigten Faktoren können mit phsel() ausgesucht werden

```
vok.ph = phoc(dg, .(F2), .(Vpn), .(Region, Gen))
```



```
phsel(vok.ph$res, 1)
```

```
phsel(vok.ph$res, 2)
```

oder

```
phsel(vok.ph$res)
```

gibt die post-hoc Tests für Region (mit Gender konstant)

gibt die post-hoc Tests für Gender (mit Region konstant)

post-hoc t-tests

ersichtlicher wenn auf z.B. 3 Zahlen aufgerundet:

p1 = phsel(vok.ph$res)

round(p1, 3)

	t	df	prob-adj
A:m-B:m	0.831	15.222	1.000
A:m-C:m	8.716	13.986	0.000
B:m-C:m	10.684	17.650	0.000
A:w-B:w	2.203	13.887	0.675
A:w-C:w	9.853	17.774	0.000
B:w-C:w	10.239	14.861	0.000

p2 = phsel(vok.ph$res, 2)

round(p2, 3)

	t	df	prob-adj
A:m-A:w	-7.159	15.690	0.000
B:m-B:w	-9.814	16.975	0.000
C:m-C:w	-2.107	11.955	0.853

Post-hoc Bonferroni-adjusted t-tests zeigten signifikante F2-Unterschiede zwischen A vs C ($p < 0.001$) und zwischen B vs C ($p < 0.001$) jedoch nicht zwischen A vs. B. F2 von Männern und Frauen unterschieden sich signifikant für Regionen A ($p < 0.001$) und B ($p < 0.001$), jedoch nicht für C.