Die Varianzanalyse II

Jonathan Harrington

```
library(ggplot2)
library(dplyr)
library(ez)
source(file.path(pfadu, "phoc.txt"))
blang  = read.table(file.path(pfadu, "blang.txt"))
v.df = read.table(file.path(pfadu,"vokal.txt"))

dg = read.table(file.path(pfadu, "dg.txt"))
ssb = read.table(file.path(pfadu, "ssb.txt"))
```

Die Varianzanalyse II

1. Zwei Faktoren
2. Interaktionen zwischen den Faktoren
3. Post-hoc t-tests (wenn Interaktionen vorliegen)
4. Between Faktoren und 'Balanced design'
5. Wierholungen in within-Stufen
6. Sphericity (mehr als 2 within-Stufen).

1. Zwei Faktoren

Inwiefern wird F2 vom Dialekt und Geschlecht beeinflusst?

```
head(dg)
names(dg)
with(dg, table(Vpn, interaction(Region, Gen)))
```

	between/within?
Gender	between
Region	between

Vpn	A.m	B.m	C.m	A.w	B.w	C.w
S1	1	0	0	0	0	0
S10	1	0	0	0	0	0
S11	0	1	0	0	0	0
S12	0	1	0	0	0	0
S13	0	1	0	0	0	0
S14	0	1	0	0	0	0

...

1. Zwei Faktoren

Bei 2 Faktoren, gibt es immer 3 Fragen:

Frage zu Faktor 1
Hat Gender einen Einfluss auf F2?

Frage zu Faktor 2

Hat Region einen Einfluss auf F2?

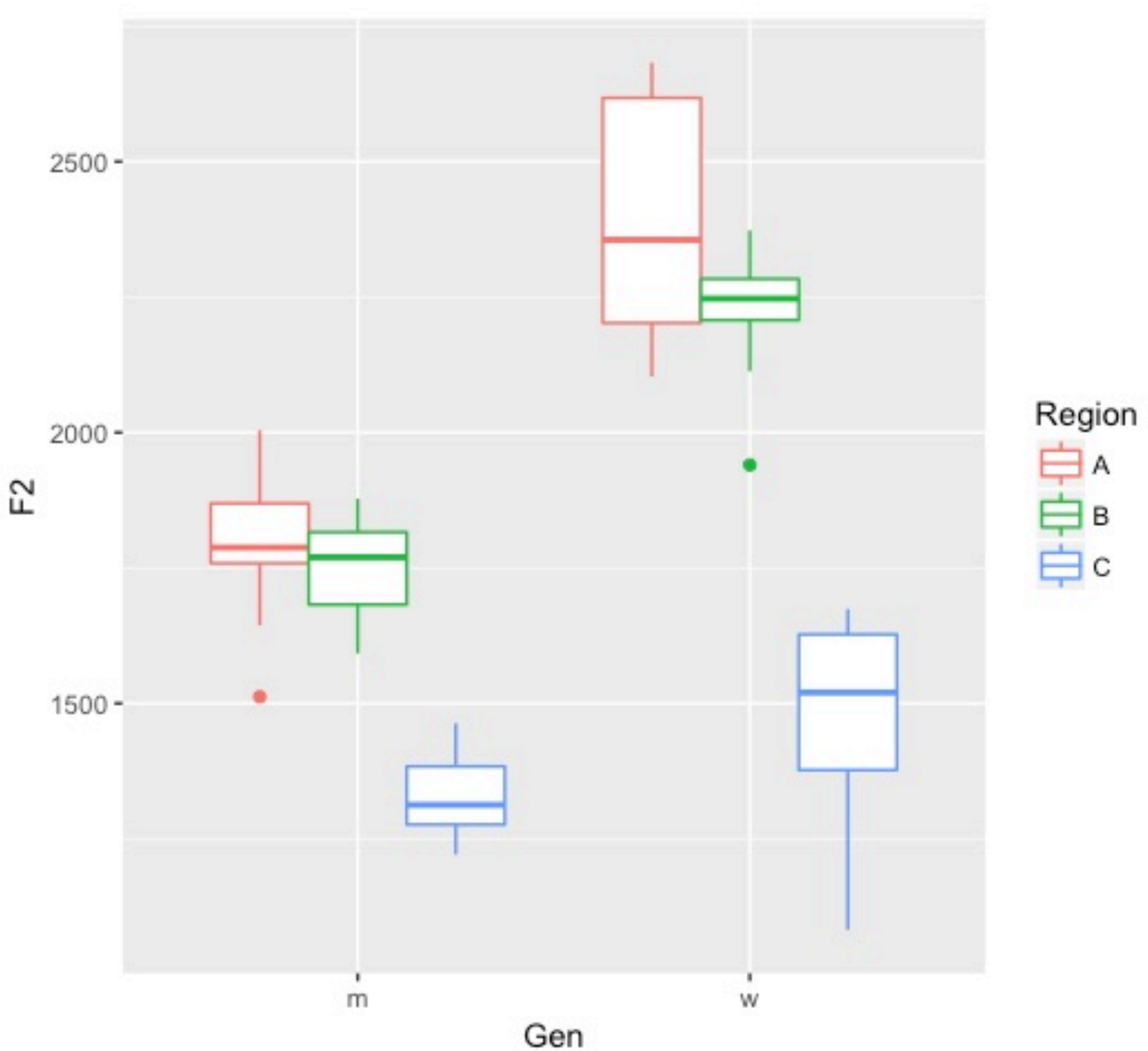
Frage zur Interaktion

Gibt es eine Interaktion zwischen Region und Gender? =
Ist der Unterschied zwischen männlich und weiblich derselbe in allen 3 Regionen?

1 Zwei Faktoren

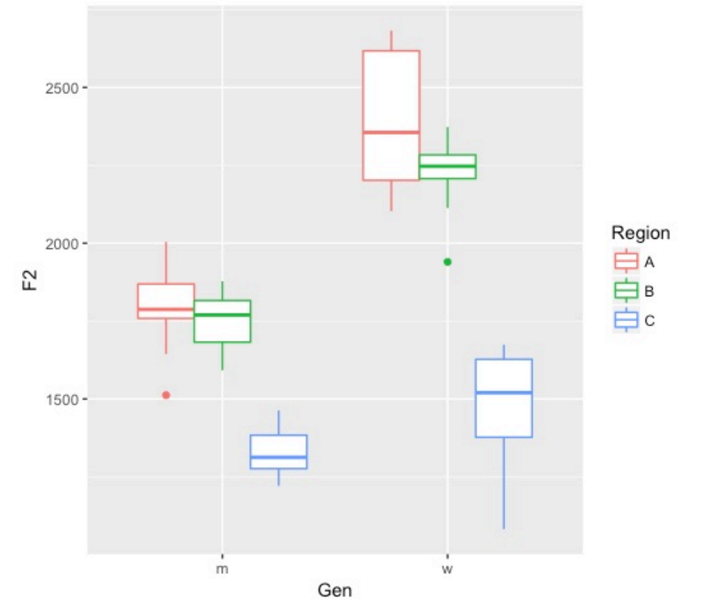
Hat Region einen Einfluss auf F2? Hat Gender einen Einfluss auf F2?

ggplot(dg) + aes(y = F2, x = Gen, colour = Region) + geom_boxplot()



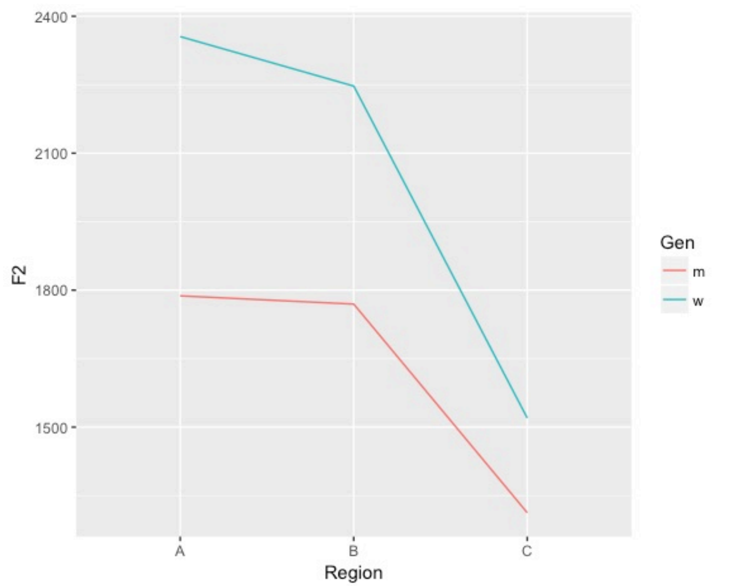
2. Gibt es eine Interaktion zwischen Region und Gender?

Bedeutung: ist der Unterschied zwischen männlich und weiblich ähnlich in den 3 Regionen?



Wenn ja, müsste der Abstand zwischen den m-w Medianen ähnlich sein

d.h. diese Linien müssten mehr oder weniger parallel zu einander sein:




```
dg.m = dg %>%
  group_by(Gen,Region) %>%
  summarise(F2 = median(F2))
```

```
ggplot(dg.m) + aes(y = F2, x = Region, group=Gen, colour = Gen) +  geom_line()
```

2. Zwei Faktoren und Interaktionen

ezANOVA(dg, .(F2), .(Vpn), between =.(Region, Gen))

	Effect	DFn	DFd	F	p	p<.05	ges
1	Region	2	54	119.63719	1.439560e-20	*	0.8158721
2	Gen	1	54	106.14696	2.353977e-14	*	0.6628097
3	Region:Gen	2	54	12.08336	4.602985e-05	*	0.3091690

F2 wurde signifikant von der Region ($F[2,54] = 119.6$, $p < 0.001$) und von Geschlecht ($F[1,54] = 106.1$, $p < 0.001$) beeinflusst und es gab eine signifikante Interaktion zwischen diesen Faktoren ($F[2,54] = 12.1$, $p < 0.001$).

3. post-hoc t-tests

Wenn eine Interaktion vorliegt, sollte durch t-tests geprüft werden, ob sich alle Paare von Stufen-Kombinationen in der abhängigen Variable (hier F2) unterscheiden.

Paare wie: A-männlich vs. B-männlich, A-männlich vs. A-weiblich usw…

Die Anzahl dieser Tests:

Region: 3 Stufen. Geschlecht: 2 Stufen = $3 \times 2 = 6$ Stufen.

Alle Paare davon:

$6!/(4! \times 2!) = 15$ Testpaare

```
factorial(6)/(factorial(4) * factorial (2))
```

3. post-hoc t-Tests

Data-Frame Versuchspersonen

phoc(dg, .(F2), .(Vpn), .(Region, Gen))

Abhängige Variable

Alle Faktoren, die post-hoc geprüft werden sollen (egal ob 'within' oder 'between')

$res: die Ergebnisse der t-tests

$name: die Testpaare

$paired: ob ein gepaarter oder ungepaarter t-test durchgeführt wurde

$bonf: Anzahl der durchgeführten Tests

3. post-hoc t-tests und Bonferroni-Korrektur

prob-adj ist die sogenannte Bonferroni-Korrektur

```
$res
                    t       df     prob-adj
A:m-B:m   0.8313356 15.22192 1.000000e+00
A:m-C:m   8.7155048 13.98591 7.531888e-06
A:m-A:w  -7.1586378 15.68960 3.814827e-05
...
```

Bonferroni-Korrektur: Der Wahrscheinlichkeitswert der inviduellen t-tests wird mit der Anzahl der theoretisch möglichen Testkombinationen (15 in diesem Fall) multipliziert.

Der Grund: Je mehr post-hoc Tests durchgeführt werden, um so wahrscheinlicher ist es, dass ein von den vielen Tests per Zufall signifikant sein wird. Die Bonferroni-Korrektur ist eine Maßnahme dagegen.

3. post-hoc t-tests und Auswahl

Nicht alle t-tests werden benötigt sondern eher nur Vergleiche zwischen Stufen von **einem** Faktor, wenn die Stufen aller anderen Faktoren **konstant** sind.

1. Unterscheiden sich die Regionen desselben Geschlechts? (Region variiert, Geschlecht ist konstant).

A vs B in Männern	A vs B in Frauen
A vs C in Männern	A vs C in Frauen
B vs C in Männern	B vs C in Frauen

2. Unterscheiden sich Männer und Frauen in derselben Region? (Geschlecht variiert, Region ist konstant)

m vs. w in A   m vs. w in B   m vs. w in C

Aber *nicht* wenn beide Faktoren variieren.

m-A vs. w-B, m-C vs w-A usw.

1. Unterscheiden sich die Regionen im selben Geschlecht (Region variiert, Geschlecht ist konstant)?

	t	df	prob-adj
A:m-B:m	0.8313356	15.22192	1.000000e+00
A:m-C:m	8.7155048	13.98591	7.531888e-06
A:m-A:w	-7.1586378	15.68960	3.814827e-05
A:m-B:w	-7.0876370	17.28901	2.482025e-05
A:m-C:w	4.1291502	16.66330	1.092264e-02
B:m-C:m	10.6837180	17.65040	5.898958e-08
B:m-A:w	-8.5319197	12.11771	2.708776e-05
B:m-B:w	-9.8137671	16.97522	3.098841e-07
B:m-C:w	3.9943383	12.84208	2.345945e-02
C:m-A:w	-14.3108625	11.38030	1.881869e-07
C:m-B:w	-19.4274325	15.79614	2.840451e-11
C:m-C:w	-2.1074735	11.95523	8.530528e-01
A:w-B:w	2.2029457	13.88744	6.749777e-01
A:w-C:w	9.8529861	17.77397	1.896196e-07
B:w-C:w	10.2391336	14.86067	5.992353e-07

2. Unterscheiden sich Männer und Frauen derselben Region? (Geschlecht variiert, Region ist konstant)?

Die anderen werden meistens nicht benötigt

3. post-hoc t-tests und Auswahl

Die benötigten Tests können mit phsel() ausgesucht werden

```
vok.ph = phoc(dg, .(F2), .(Vpn), .(Region, Gen))
```

```
phsel(vok.ph$res, 1)
```

```
phsel(vok.ph$res, 2)
```

oder

```
phsel(vok.ph$res)
```

gibt die post-hoc t-Tests für Region (mit Gender konstant)

gibt die post-hoc t-Tests für Gender (mit Region konstant)

3. post-hoc t-tests

ersichtlicher wenn auf z.B. 3 Zahlen aufgerundet:

p1 = phsel(vok.ph$res)

round(p1, 3)

```
              t     df  prob-adj
A:m-B:m   0.831 15.222     1.000
A:m-C:m   8.716 13.986     0.000
B:m-C:m  10.684 17.650     0.000
A:w-B:w   2.203 13.887     0.675
A:w-C:w   9.853 17.774     0.000
B:w-C:w  10.239 14.861     0.000
```

p2 = phsel(vok.ph$res, 2)

round(p2, 3)

```
              t     df  prob-adj
A:m-A:w  -7.159 15.690     0.000
B:m-B:w  -9.814 16.975     0.000
C:m-C:w  -2.107 11.955     0.853
```

Post-hoc Bonferroni-adjusted t-tests zeigten signifikante F2-Unterschiede zwischen A vs C ($p < 0.001$) und zwischen B vs C ($p < 0.001$) jedoch nicht zwischen A vs. B. F2 von Männern und Frauen unterschieden sich signifikant für Regionen A ($p < 0.001$) und B ($p < 0.001$), jedoch nicht für C.

4. Balanced design und Between Faktoren.

5. Wiederholungen in within Stufen.

Zwei Bedingungen für die Durchführung der Varianzanalyse

Between

Die selbe Anzahl pro Stufen-Kombination

		Alter: jung	Alter: alt
Dialekt	BY	10	10
	SH	10	10

ezANOVA() gibt eine Warnmeldung

		Alter: jung	Alter: alt
Dialekt	BY	4	11
	SH	6	3

Within

Ein Wert pro Stufe pro Vpn

Anzahl der Werte

	i	e	a
S1	1	1	1
S2	1	1	1
S3	1	1	1
...			
Sn	1	1	1

geht nicht

Sn	0	1	1

muss gemittelt werden

Sn	4	4	4

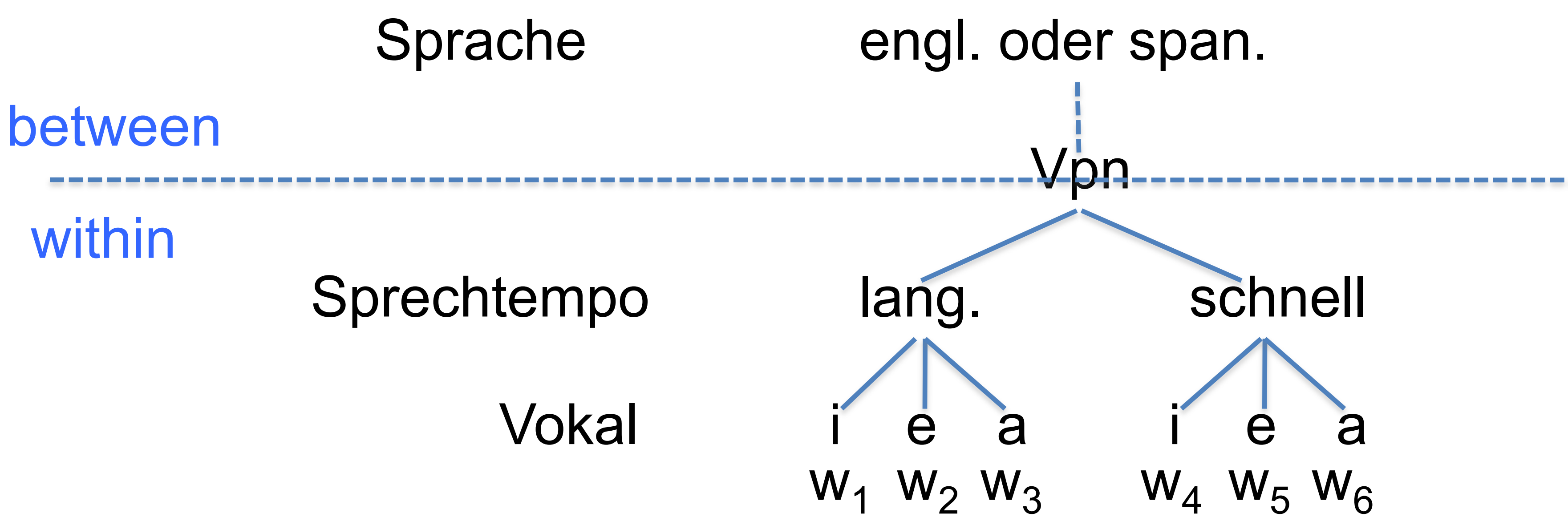
(nächste Folie)

5. Wiederholungen in within-Stufen

Wenn es *n* within-Stufen gibt, dann müssen es *n* Werte pro Vpn sein, einen Wert pro within-Stufe z.B:

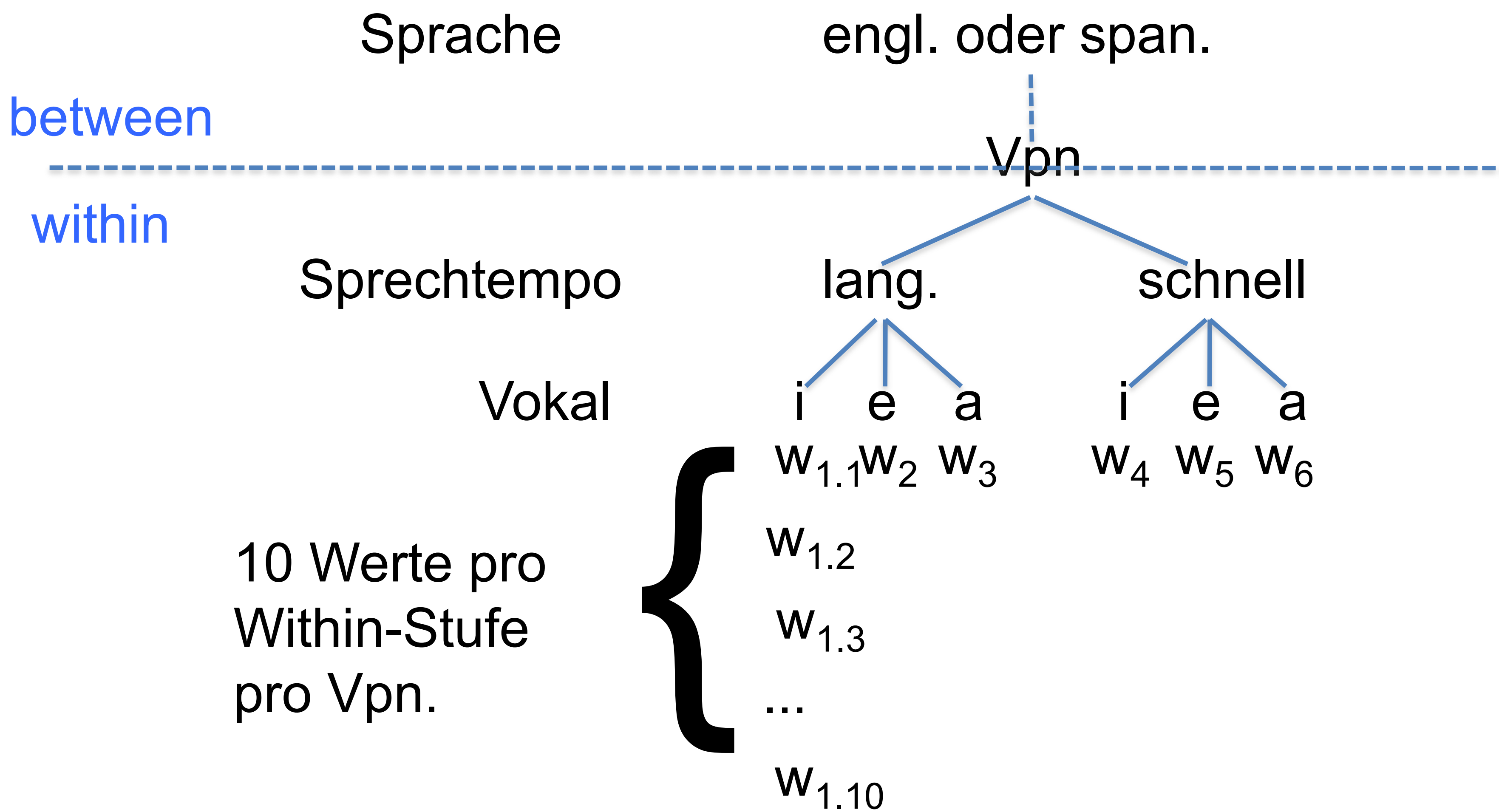
Englische und spanische Vpn produzierten /i, e, a/ zu 2 Sprechgeschwindigkeiten

Within: Vokal (3 Stufen) und Sprechgeschwindigkeit (2 Stufen)
Daher: $3 \times 2 = 6$ within-Werte pro Vpn
(ein Wert pro within-Stufe pro Vpn).

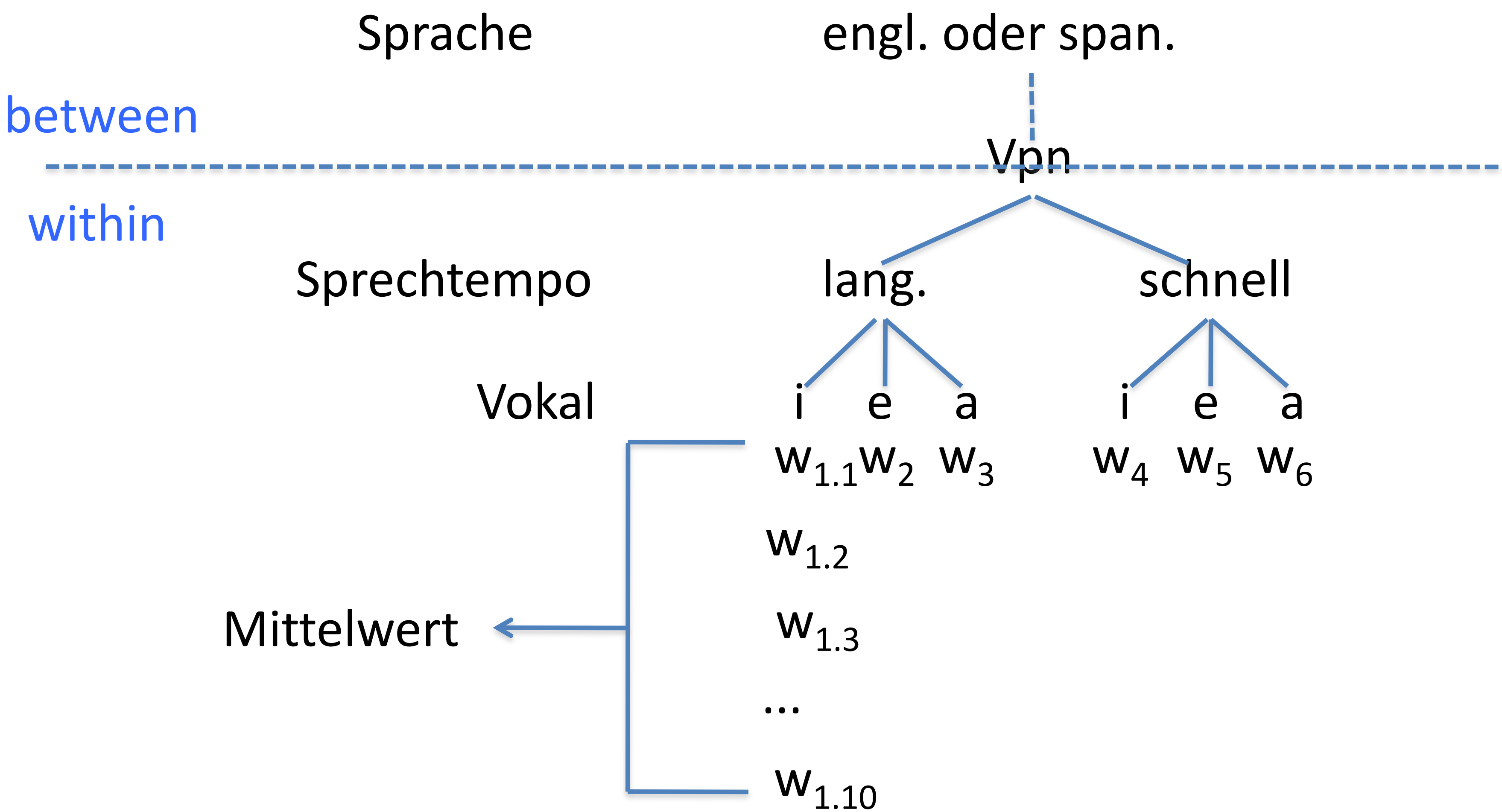


5. Wiederholungen in within-Stufen

Jedoch haben die meisten phonetischen Untersuchungen mehrere Werte pro within-Stufe. zB. jede Vpn. erzeugte /i, e, a/ zu einer langsamen und schnellen Sprechgeschwindigkeit **jeweils 10 Mal.**



Wiederholungen in derselben within-Stufe sind in einem ANOVA nicht zulässig und müssen gemittelt werden – damit wir pro Vpn. einen Wert pro within-Stufe haben (6 **Mittelwerte** pro Vpn. in diesem Beispiel).



5. Wiederholungen in within-Stufen

```
ssb = read.table(file.path(pfadu, "ssb.txt"))
```

In einer Untersuchung zur /u/-Frontierung im Standardenglischen wurde von 12 Sprecherinnen (6 alt, 6 jung) F2 zum zeitlichen Mittelpunkt in drei verschiedenen /u/-Wörtern erhoben (*used*, *swoop*, *who'd*). Jedes Wort ist von jeder Vpn. 10 Mal erzeugt worden. Inwiefern wird F2 vom Alter und Wort beeinflusst?

Faktor	within/between	wieviele Stufen?
Wort	within	3
Alter	between	2

Wieviele Werte pro Vpn. dürfen in der ANOVA vorkommen? 3

Wieviele Werte insgesamt in der ANOVA wird es geben? 36

5. Wiederholungen in within-Stufen

1. Anzahl der Wort-Wiederholungen pro Sprecher prüfen

```
with(ssb, table(Vpn, interaction(Wort, Alter)))
```

```
Vpn    swoop.alt used.alt who'd.alt swoop.jung used.jung who'd.jung
  arkn        10       10        10          0         0          0
  elwi         9       10        10          0         0          0
  frwa        10       10        10          0         0          0
  gisa        10       10        10          0         0          0
  jach         0        0         0         10        10         10
  jeny         0        0         0         10        10         10
  kapo         0        0         0         10        10         10
  mapr        10       10        10          0         0          0
  nata        10       10        10          0         0          0
  rohi         0        0         0         10        10         10
  rusy         0        0         0         10        10         10
  shle         0        0         0         10        10         10
```

5. Wiederholungen in within-Stufen

2. Über die Wort-Wiederholungen mit group_by mitteln

```
ssbm = ssb %>%
  group_by(Wort,Alter,Vpn) %>%
  summarise(F2 = mean(F2))
```

```
dim(ssbm)
[1] 36  4
```

```
head(ssbm)
   Wort Alter  Vpn          F2
1 swoop   alt arkn 10.527359
```

```
with(ssbm, table(Vpn, interaction(Wort, Alter)))
```

```
Vpn     swoop.alt used.alt who'd.alt swoop.jung used.jung who'd.jung
arkn            1        1         1          0         0          0
elwi            1        1         1          0         0          0
frwa            1        1         1          0         0          0
...
```

3. Abbildung

```
ggplot(ssbm) + aes(y = F2, x = Alter, colour = Wort) + geom_boxplot()
```

4. Anova wie üblich durchführen

```
ezANOVA(ssbm, .(F2), .(Vpn), .(Wort), between = .(Alter))
```

6. Sphericity-Korrektur

Sphericity ist die Annahme, dass die Unterschiede zwischen den Stufen eines within-Faktors **dieselbe Varianz haben**.

Wenn Sphericity nicht gegeben ist, **werden die Wahrscheinlichkeiten durch Änderungen in den Freiheitsgraden nach oben gesetzt**.

Dieses Problem kommt nur dann vor, **wenn ein within-Faktor mehr als 2 Stufen hat**.

Man soll grundsätzlich immer für Sphericity korrigieren, wenn Sphericity-Korrektur in der Ausgabe von ezANOVA() erscheint.

6. Sphericity-Korrektur

```
$ANOVA
      Effect DFn DFd         F            p p<.05       ges
2      Alter   1  10 14.876957 3.175409e-03     * 0.5519903
3       Wort   2  20 78.505534 3.390750e-10     * 0.5742513
4 Alter:Wort   2  20  9.890888 1.031474e-03     * 0.1452519

$`Mauchly's Test for Sphericity`
      Effect         W          p p<.05
3       Wort 0.5423826 0.06373468
4 Alter:Wort 0.5423826 0.06373468

$`Sphericity Corrections`
      Effect       GGe        p[GG] p[GG]<.05       HFe        p[HF] p[HF]<.05
3       Wort 0.6860511 1.340736e-07         * 0.7587667 3.342362e-08         *
4 Alter:Wort 0.6860511 4.370590e-03         * 0.7587667 3.120999e-03         *
```

1. Die betroffenen Freiheitsgrade werden mit dem Greenhouse-Geisser-Epsilon multipliziert, wenn er unter 0.75 liegt[1], sonst mit dem Huynh-Feldt-Epsilon: sollte in diesem letzten Fall der H-F-Epsilon > 1 sein, dann einfach die ursprünglichen Freiheitsgrade nehmen d.h. **keine Korrektur einsetzen**.

Wort: F[2,20] → F[2 * 0.6860511, 20 * 0.6860511] = F[1.4, 13.7]

Alter × Wort Interaktion: F[2,20] → F[1.4, 13.7]

1. Nach Girden (1992) *ANOVA: Repeated Measures*. Sage, Ca.

6. Sphericity-Korrektur

```
$ANOVA
     Effect DFn DFd         F            p p<.05       ges
2     Alter   1  10 14.876957 3.175409e-03     * 0.5519903
3      Wort   2  20 78.505534 3.390750e-10     * 0.5742513
4 Alter:Wort   2  20  9.890888 1.031474e-03     * 0.1452519

$`Sphericity Corrections`
     Effect       GGe        p[GG] p[GG]<.05       HFe        p[HF] p[HF]<.05
3      Wort 0.6860511 1.340736e-07         * 0.7587667 3.342362e-08         *
4 Alter:Wort 0.6860511 4.370590e-03         * 0.7587667 3.120999e-03         *
```

2. Die neuen damit verbunden Wahrscheinlichkeiten sind p[GG] (wenn mit GGe multipliziert wurde) sonst p[HF].

Das sind die Wahrscheinlichkeiten mit den korrigierten Freiheitsgraden

z.B. 1 - pf(**9.8908882**, 2 * 0.6860511, 20 * 0.6860511)

[1] 0.004370589

Alter ($F[1,10] = 14.9$, $p < 0.001$), Wort ($F[1.4 , 13.7] = 78.5$, $p < 0.001$) sowie die Interaktion Wort und Alter ($F[1.4, 13.7] = 9.9$, $p < 0.01$) hatten einen signifikanten Einfluss auf F2.