Spektrale Analysen in EMU-R: eine Einführung

Jonathan Harrington

1. Ein digitales Sinusoid

2. Fourier-Analyse

3. Ein Spektrum

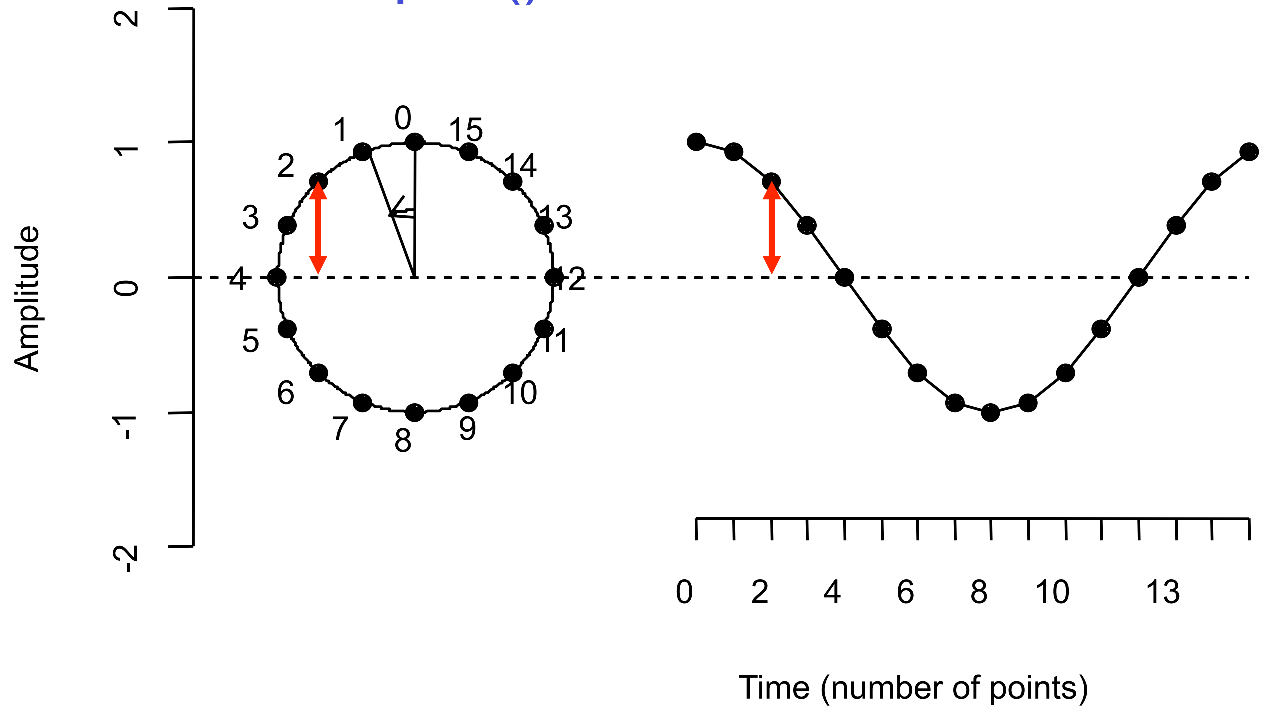
4. Frequenz- und Zeitauflösung

5. Berechnung von Spektra mit Emu

1. Ein digitales Sinusoid

die Höhe über eine horizontale Linie eines Punktes, der sich in zeit-regelmäßigen Abständen (und daher mit konstanter Geschwindigkeit) im Kreis dreht.

crplot()



Parameter eines digitalen Sinusoids

A: die Amplitude (Größe des Kreises)

k: die Anzahl der Schwingungen (Frequenz)

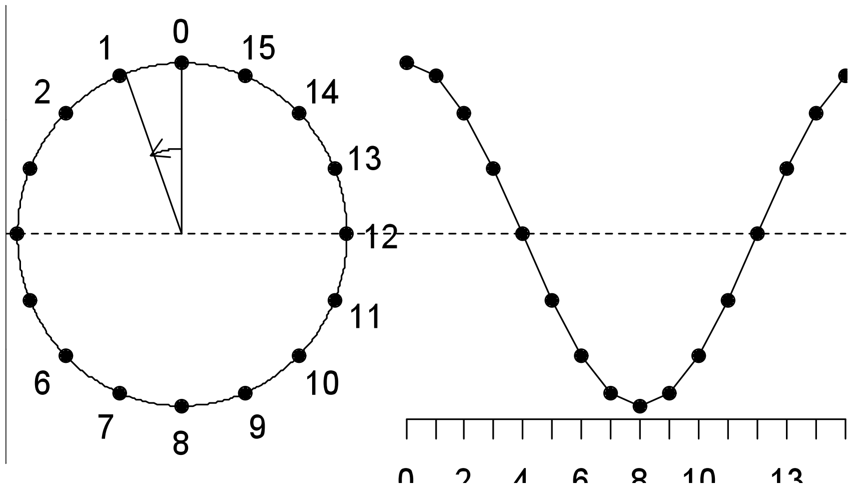
p: die Phase (wo beginnt der Punkt?)

N: aus wievielen digitalen Werten besteht der Sinusoid?

Höhere Amplitude

(Die Amplitude ist im Verhältnis zum Kreis-Radius)

crplot(A=1.5)

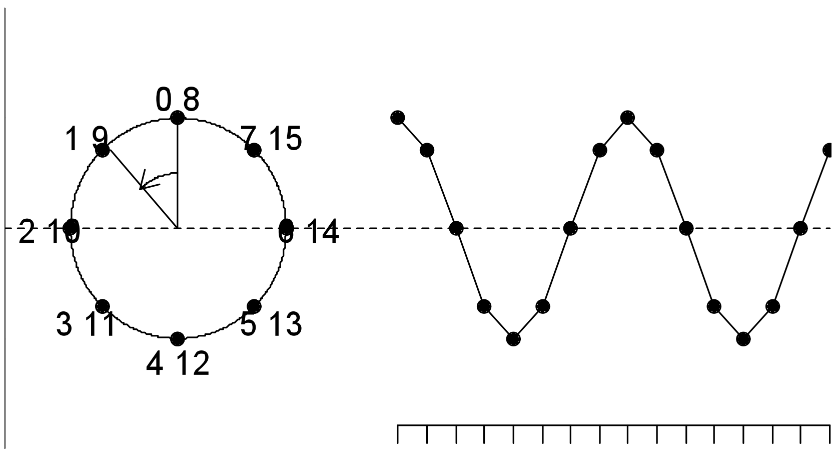


(Eine 16 Punkt digitale Cosinuswelle)

Doppelte Frequenz

k = 2 Schwingungen pro 16 Punkte

crplot(k=2)

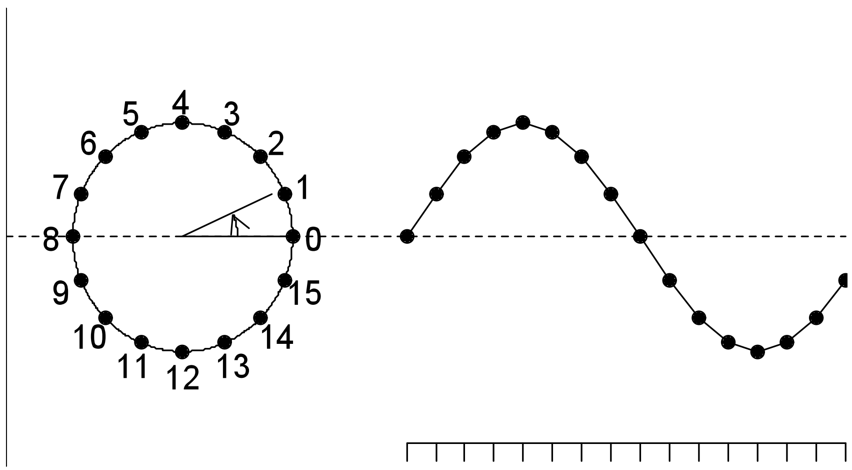


Phase

0 radian: der Punkt beginnt ganz oben

π radian: der Punkt beginnt ganz unten (= eine halbe Schwingung später)

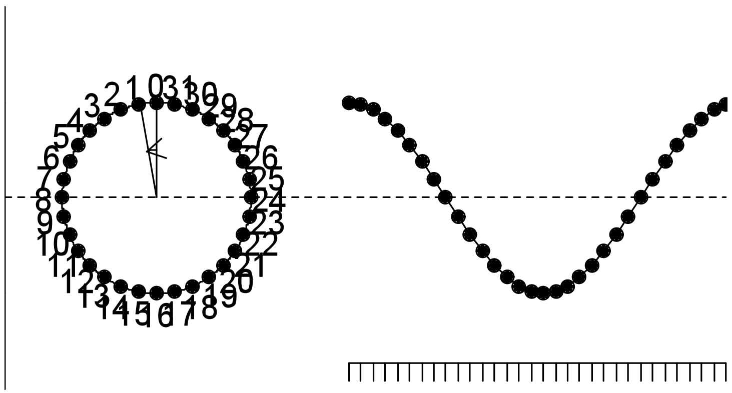
eine viertel Schwingung früher: crplot(p=-pi/2)



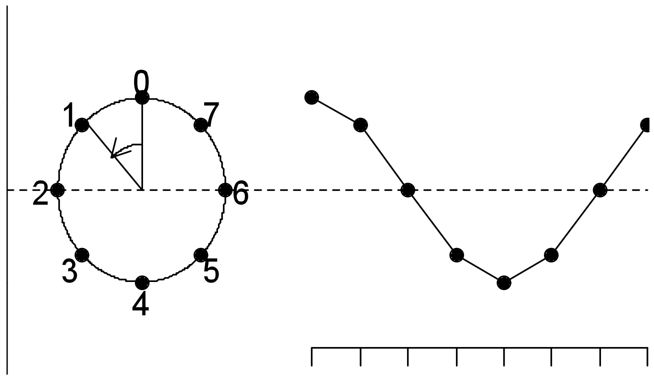
(Eine 16 Punkt digitale Sinuswelle)

Anzahl der digitalen Punkte

crplot(N=32)



crplot(N=8)



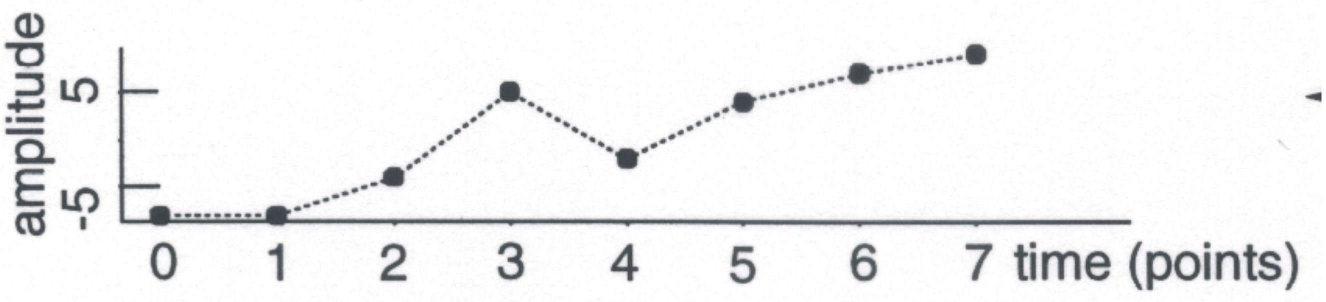
2. Die Fourier-Analyse

Die Zerlegung eines Signals in eine Reihenfolge von Sinusoiden zunehmender ganzer Frequenz-Intervallen, sodass wenn diese Sinusoiden summiert werden (= Fourier-Synthese), das Signal genau rekonstruiert wird.

Beziehung zwischen Signal-Länge und die Anzahl der Sinusoiden

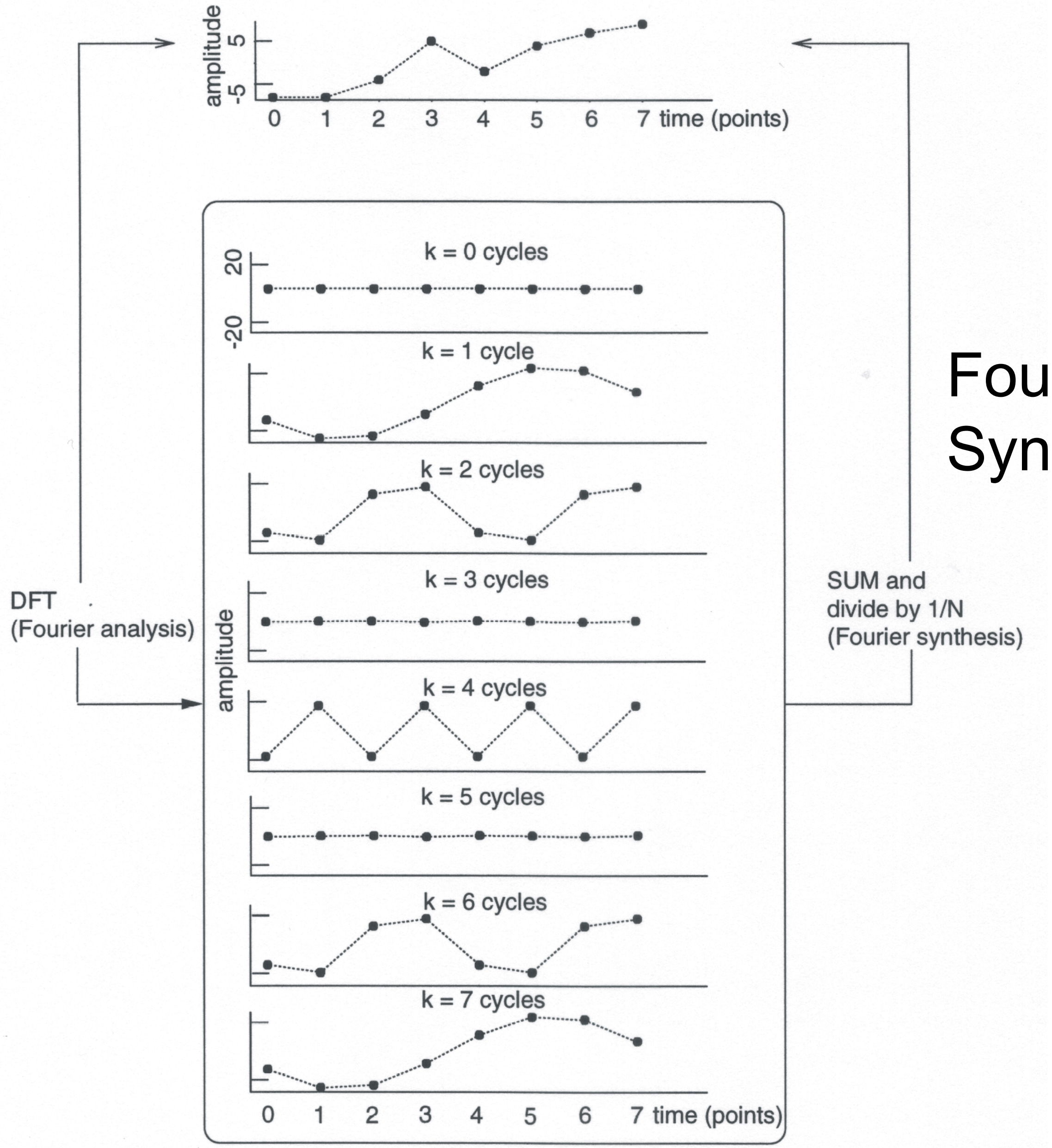
Wenn eine Fourier-Analyse auf ein N-Punkt Signal angewendet wird, dann wird immer das Signal in N Sinusoiden mit Frequenzen $k = 0, 1, 2, \ldots N-1$ Schwingungen zerlegt.

zB wollen wir eine Fourier-Analyse auf dieses 8-Punkt Signal anwenden.



Dann wissen wir schon, dass das Ergebnis davon 8 Sinusoiden sein wird, mit Frequenzen 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 Schwingungen. Die Fourier-Analyse berechnet die Amplituden und die Phasen davon (und auf eine solche Weise, dass wenn wir die 8 Sinusoiden summieren, das obige 8-Punkt Signal genau rekonstruiert wird).

Fourier-
Analyse



Fourier-
Synthese

Die Faltung

Alle Sinusoiden mit einer Frequenz größer als (N/2) Schwingungen sind Kopien (= werden gefaltet auf) Sinusoiden mit niedrigeren Frequenzen.

k

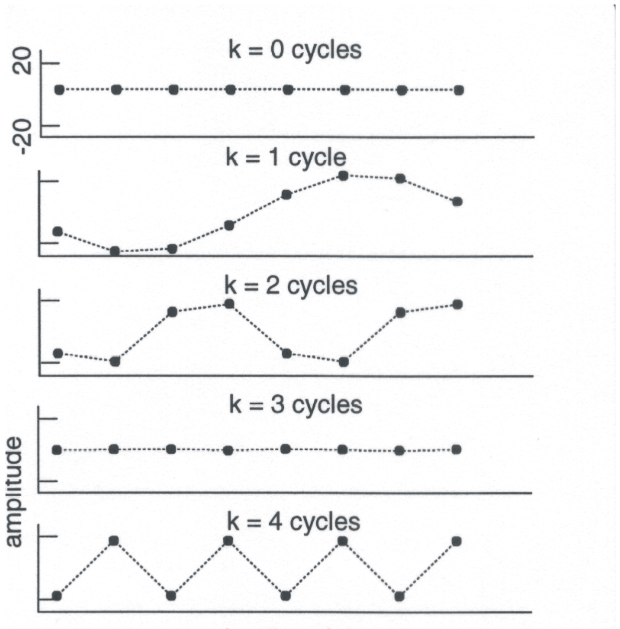
0

1

2

3

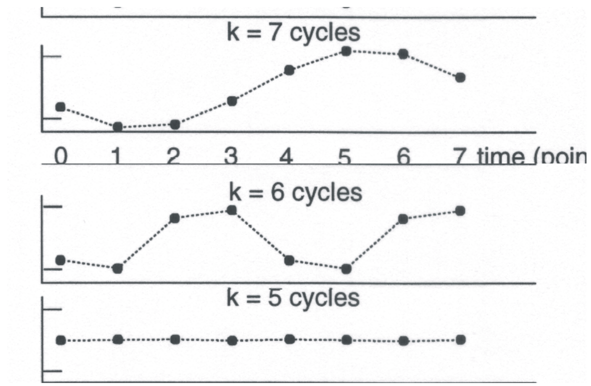
4



=

=

=



k

7

6

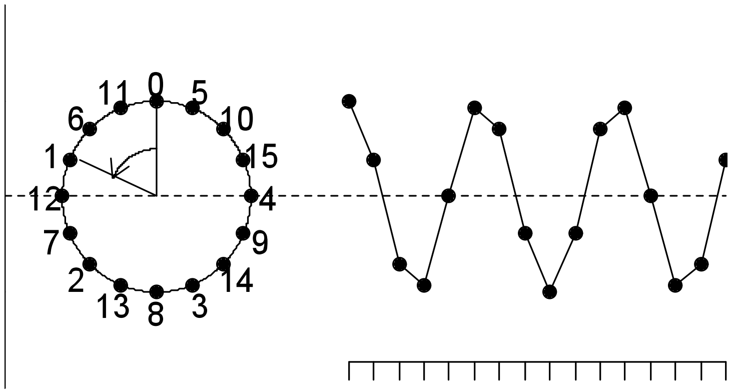
5

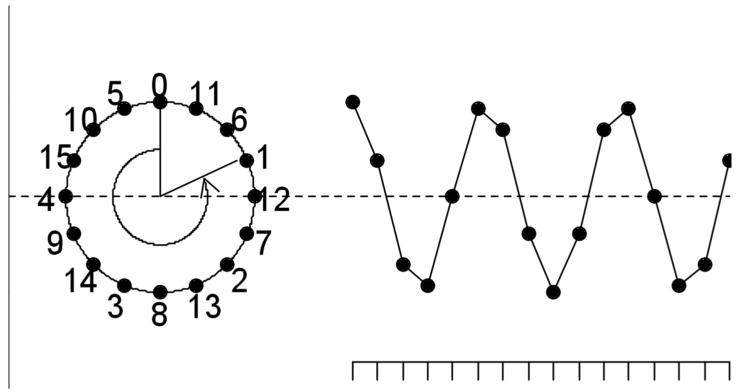
Die Faltung

crplot(k=3, N=16)

crplot(k=13, N=16)

verursachen dasselbe Sinusoid…

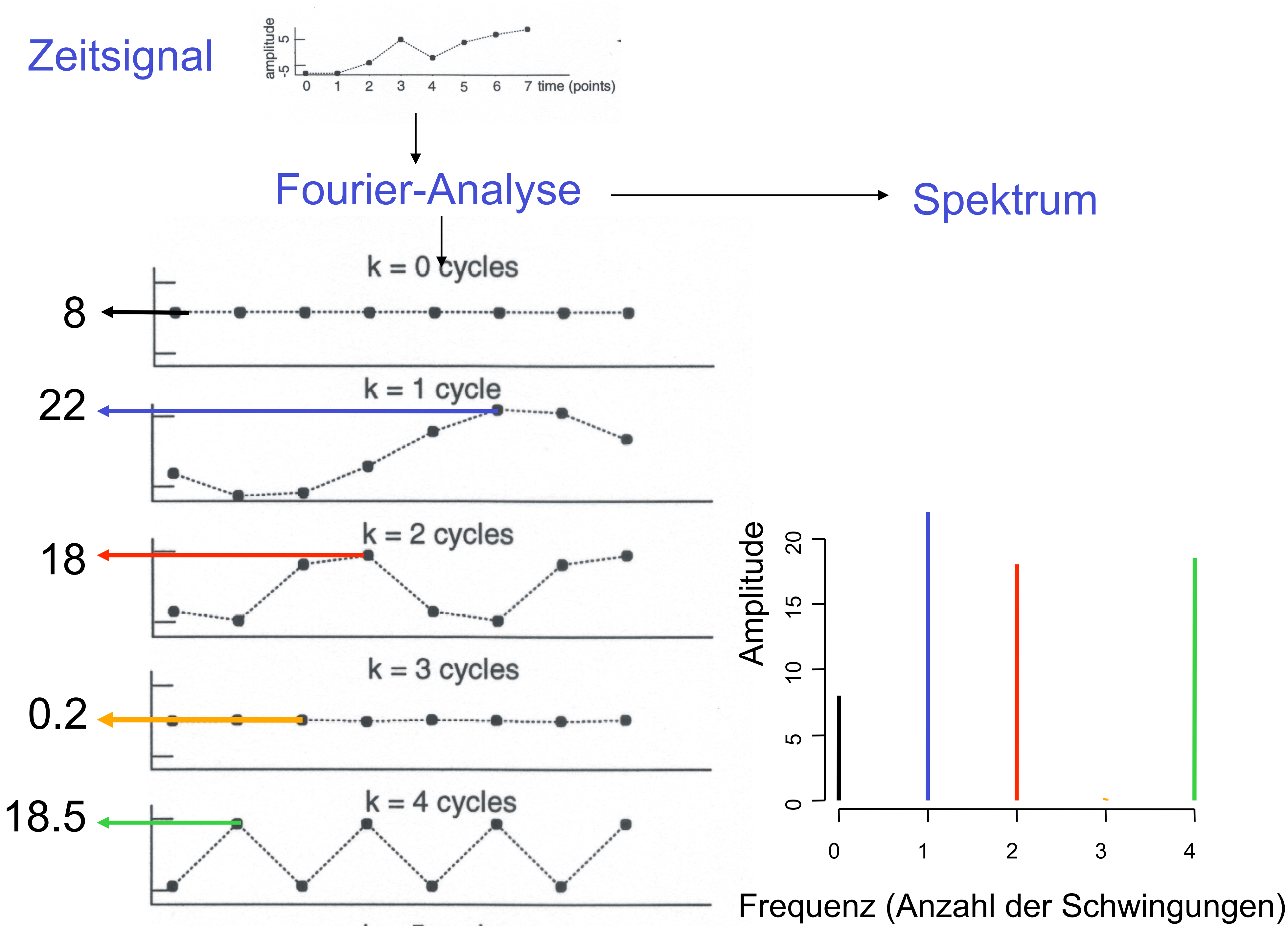




3. Ein (Amplitude) Spektrum

ist eine Abbildung der Amplitude als Funktion der Frequenz für alle Sinusoiden bis zur und inklusive der Faltung-Frequenz (k = N/2)

daher werden für das 8-Punkt-Signal nach der Fourier-Analyse in einem Spektrum die Amplituden der Sinusoiden mit Frequenzen 0, 1, 2, 3, 4 (= N/2) Schwingungen abgebildet



Zeitsignal
amplitude
-5
5
0 1 2 3 4 5 6 7 time (points)
Fourier-Analyse
Spektrum
k = 0 cycles
8
k = 1 cycle
22
k = 2 cycles
18
k = 3 cycles
0.2
k = 4 cycles
18.5
Amplitude
0
5
10
15
20
0 1 2 3 4
Frequenz (Anzahl der Schwingungen)

Schwingungen in Hertz (Hz) umrechnen

Die Umsetzung der Frequenzachse in Hz ist von der Abtastrate des Signals, **fs**, abhängig.

1. Frequenz (Hz) = Schwingungen x fs/N

zB bei der Fourier-Analyse eines 8-Punkt-Signals bekommen wir Sinusoiden mit Schwingungen 0, 1, 2, 3, 4 (bis zur Faltung-Frequenz)

Bei fs = 16000 Hz entsprechen diese Schwingungen

0 Hz, 2000 Hz, 4000 Hz, 6000 Hz, 8000 Hz

= 3 x 16000/8

Frequenz- und Zeitauflösung

1. Frequenz (Hz) = Schwingungen x fs/N

2. der Abstand zwischen Spektralkomponenten = fs/N Hz (wegen 1.)

3. die Anzahl der Spektralkomponente bis zur Faltung = N/2 +1

zB fs = 16000 Hz, Zeisignal hat N = 8 Punkte

N/2 + 1 = 5 Spektralkomponente mit einem jeweiligen Frequenzabstand von 16000/8 = 2000 Hz.

wie man hier gesehen hat…

0 Hz, 2000 Hz, 4000 Hz, 6000 Hz, 8000 Hz

= 3 x 16000/8

2. der Abstand zwischen Spektralkomponenten = fs/N Hz (wegen 1.)

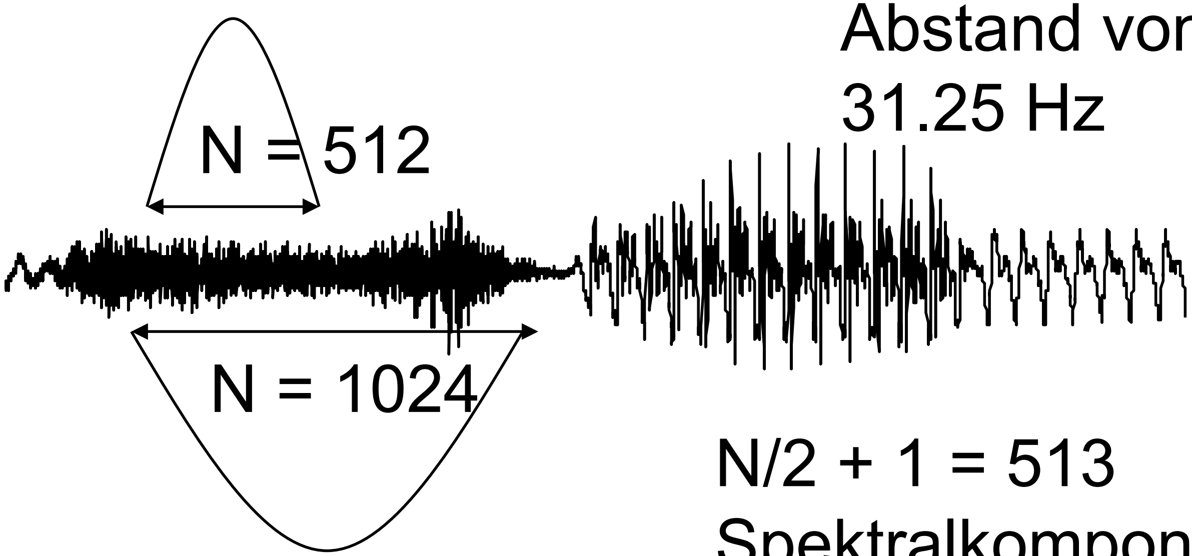
4. Daher, je größer N (also je grober die Zeitauflösung), umso feiner/detaillierter das Spektrum…

Frequenz und Zeitauflösung

4. Daher, je größer N (also je grober die Zeitauflösung), umso feiner/detaillierter das Spektrum…

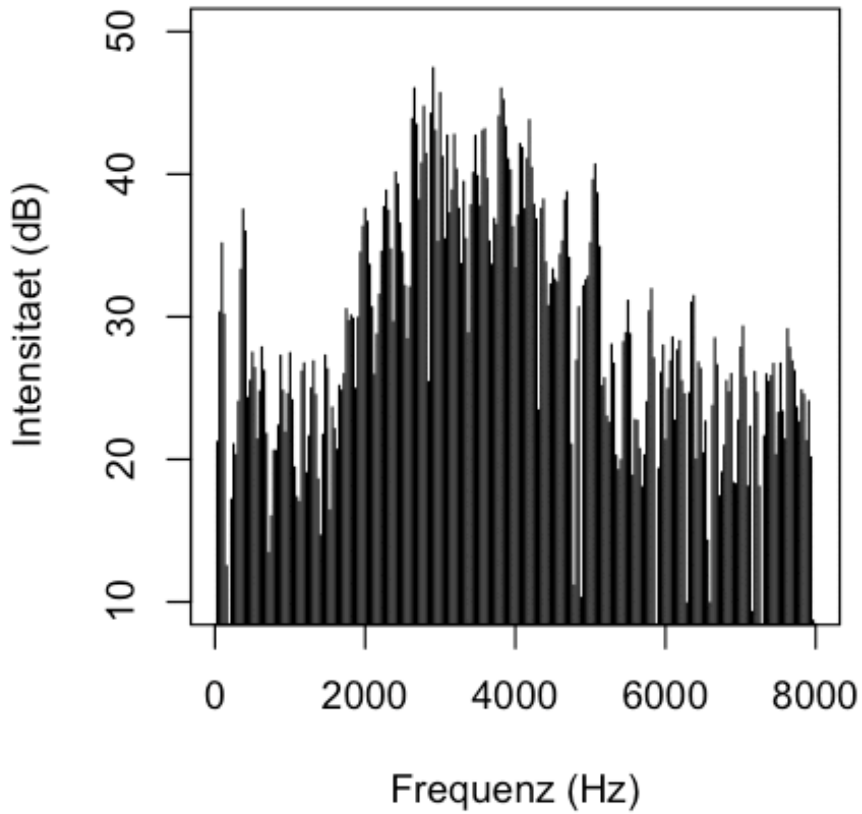
N/2 + 1 = 257 Spektralkomponente zwischen 0 und 8 kHz mit einem Abstand von 16000/512 = 31.25 Hz

fs = 16000 Hz



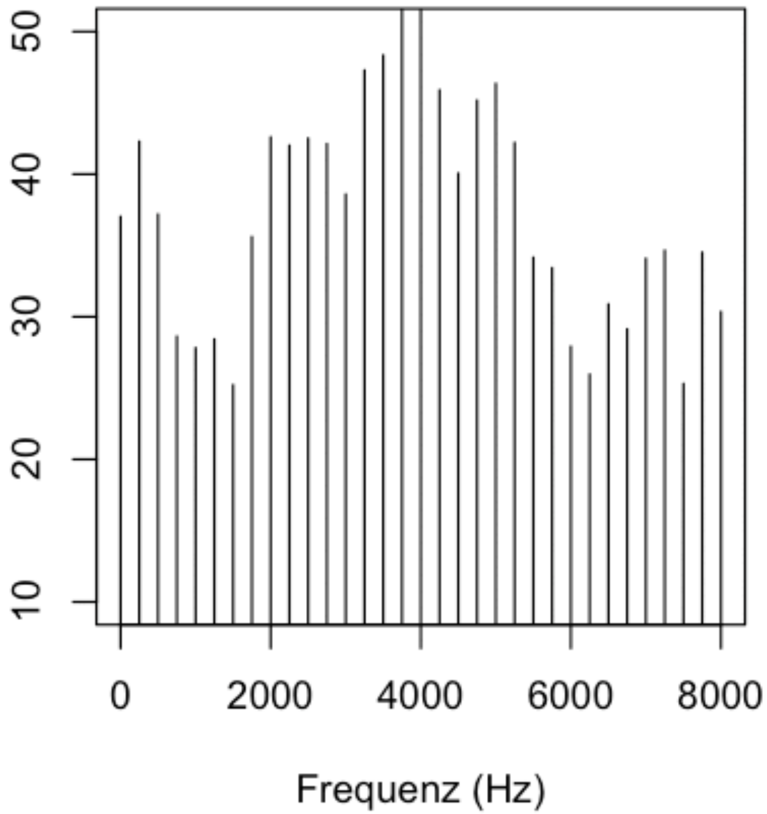
N/2 + 1 = 513 Spektralkomponente zwischen 0 und 8 kHz mit einem Abstand von 16000/1024 =15.625 Hz fs = 16000 Hz, N = 512

Frequenzabstand
= 31.25 Hz



fs = 16000 Hz, N = 64

Frequenzabstand =
16000/64 = 250 Hz



Zusammenfassung

- Bei einer Fourier-Analyse werden N aufeinanderfolge digitale Werte eines Zeitsignals in N spektrale Werte umgewandelt.
- Dauer in ms eines N-Punkt-Fensters: $\mathbf{N/fs_{kHz}}$, wo $\mathbf{fs_{kHz}}$ die Abtastrate in kHz ist. zB 256 Punkte bei 10 kHz = 25.6 ms.

- Von den N-spektralen Werten behalten wir diejenigen bis zur und inkl. der Faltung-Frequenz.
- Das sind **(N/2) + 1** spektrale Komponente **zwischen 0 und fs/2 Hz** mit einem Frequenzabstand von **fs/N**

Spektra in dbemu und EMU-R

Das Ziel: Spektra von [ç, x] ('ich' vs. 'ach') miteinander vergleichen der timetable Datenbank

Wie müssten sich die Frikative voneinander im wesentlichen spektral unterscheiden?

Warum dbnorm?

Die Amplituden-Werte von Spektra sind in **Decibel**.

Decibel sind aber Logarithmen, und um den Durchschnitt von Logarithmen zu bekommen, müssen sie zuerst in Anti-**Logarithmen** (eine Potenz hoch 10) umgerechnet werden.

- Diese Umrechnung in Anti-Logarithmen konvertiert die logarithmische Decibel oder Bel Skala in eine **lineare Kraft Skala**
- Die Berechnung (Durchschnitt usw.) erfolgt dann in der Kraft-Skala.
- Dann werden diese Berechnungen wieder in dB konveriert.

Logarithmische dB-Werte	60 dB	70 dB
↓		
lineare Kraft-Werte	10^6	10^7
↓		
Berechnungen durchführen	`(10^6 + 10^7)/2` = 5500000	
↓		
Logarithmische dB-Werte	`10 * log(5500000, base=10)` [1] 67.40363	

(Der Mittelwert von 60 dB und 70 dB = 67.4 dB)